PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 17 — 1. September 1928 — Redaktionsschluß für Nr. 19 am 25. September 1928. — 29. Jahrgang

INHALT:

Originalmitteilungen:

J. Schmiedel, Experimentelle Untersuchungen über die Fallbewegung von Kugeln und Scheiben in reibenden Flüssigkeiten. S. 593.

W. Meißner, Das neue Kältelaboratorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin. S. 610.

H. Hermann, Zur Frage eines einheitlichen Maßsystems für den theoretischen Anfangsunterricht in Physik. S. 623.

E. Rupp, Bemerkungen zu R. v. Hirsch und R. Döpel: „Die Axialität der Lichtemission und verwandte Fragen." S. 625.

R. Engeland, Bemerkung zu der Mitteilung von A. Weißberger: Über Dipolmomente symmetrischer Verbindungen und Cis-Trans-Isomerie an „einfachen" Bindungen. S. 626.

H. Sack, Experimentelles zur Dispersion der Leitfähigkeit. S. 627.

W. W. Sleator, Der Hall-Effekt in der Versuchsanordnung von Corbino. S. 628.

Besprechungen:

Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik. III. Band. S. 629.

Jo Engl, Der tönende Film. S. 630.

C. F. Gauß' Werke. Band XI. 1. Abteilung. S. 631.

K. Gaß, Methodik des Physikunterrichts an höheren Lehranstalten. S. 631.

Tagesereignisse. S. 632.

Personalien. S. 632.

Angebote. S. 632.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Experimentelle Untersuchungen über die Fallbewegung von Kugeln und Scheiben in reibenden Flüssigkeiten.

Von J. Schmiedel.

Der Widerstand, den Kugeln und kreisförmige dünne Scheiben bei gleichförmiger Translation in einem zähen Medium im Bereich großer Reynoldsscher Zahlen erfahren, ist experimentell wiederholt mit genügender Genauigkeit festgelegt worden.

Für die Kugel erstrecken sich die Untersuchungen auch über das Gebiet mittlerer und kleiner Reynoldsscher Zahlen[1]). Die bisherigen Ergebnisse zu letztgenannter Aufgabe bedürfen aber insofern einer Ergänzung, als im Bereich der schleichenden Bewegung einmal der Verlauf der Widerstandskurve infolge der geringen Zahl und der verhältnismäßig großen Streuung der Versuchswerte noch nicht ausreichend genau festliegt, zum anderen aber der hier sich bemerkbar machende Einfluß der Gefäßwände nicht die nötige Beachtung finden konnte, da die Versuchsgefäße meist nicht der durch die Theorie vorgeschriebenen Bedingung der zylindrischen Beschaffenheit genügten. Wenn die letztere erfüllt ist, können derartige Versuche in erster Linie dazu dienen, die interessante Frage zu klären, ob die bisher vorliegenden Wandeinflußtheorien mit den experimentellen Ergebnissen im Einklang stehen und welcher von ihnen der Vorzug zu geben ist.

Für die kreisförmige Scheibe liegen bisher nur Versuche der Göttinger Versuchsanstalt vor[1]), die die Widerstandskoeffizienten für Reynoldssche Zahlen von 4000 und höher festlegen. Im Bereich kleiner R-Werte sind bisher noch keine Messungen erfolgt.

Es erschien daher wünschenswert:

1. den Widerstand von Kugeln bei stationärer Bewegung im Gebiet sehr kleiner R-Werte zu messen, insbesondere den Einfluß der Gefäßwände dabei zu berücksichtigen,

1) H. S. Allen, Phil. Mag. **50**, 323, 1900; H. D. Arnold, Phil. Mag. **22**, 755, 1911; L. Schiller u. A. Döge, Leipz. Ber. **64**, 13, 1912; Physik. Zeitschr. **13**, 234, 1912; F. Sigismund Schmidt, Zur beschleunigten Bewegung kugelförmiger Körper in widerstehenden Mitteln. Diss. Leipzig 1919; C. Wieselsberger, Physik. Zeitschr. **23**, 219, 1922; H. Liebster, Ann. d. Phys. **82**, 541, 1927. Auszug aus einer Diss., Leipzig 1924: Über den Widerstand von Kugeln bei der Fallbewegung und seine Veränderung in der Nähe einer ebenen Wand; Castleman, Techn. Notes, U. S. Nat. Advisory Committee f. Aeronautics Nr. 231, 1926.

1) Ergebnisse der Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, II. Lief. S. 28, 1923.

2. den Widerstand von kreisförmigen Scheiben im Bereich kleiner und mittlerer R-Werte festzulegen und
3. den Strömungsverlauf hinter den Versuchskörpern, dessen Kenntnis eine bessere Beurteilung der Versuchsergebnisse erlaubt, in einigen Fällen näher zu untersuchen.

I. Versuchsanordnung.

Von den beiden möglichen Versuchsanordnungen, die man zur Widerstandsbestimmung fester Körper in widerstehenden Medien verwenden kann — ruhende Körper in bewegten Medien und bewegte Körper in ruhenden Medien —, wurde bei allen Versuchen die letztere, unter Zuhilfenahme der Schwere als bewegende Kraft, benutzt. Die zur Ermittelung der Geschwindigkeit nötigen genauen Bestimmungen der Fallwege und Fallzeiten wurden mittels einer kinematographischen Methode vorgenommen, die in ihren Einzelheiten schon von P. Hirsch[1]) und H. Liebster[2]) beschrieben worden ist. Insbesondere sind die Angaben über Apparatur, Meßtechnik und Fehlerberechnung in letztgenannter Arbeit auch für die vorliegenden Versuche zutreffend. Im folgenden seien deswegen nur spezielle Angaben, bzw. Abweichungen von der Liebsterschen Anordnung, beigefügt.

Als Versuchskörper dienten Kugeln und dünne kreisförmige Scheiben. Die Kugeln, die zur Verwendung kamen, waren fast durchweg Stahlkugeln, wie sie im Handel als Kugellagerkugeln erhältlich sind. Ihr Durchmesser betrug 0,1009 bis 0,5529 cm. Die kleinsten dieser Kugeln, mit einem Durchmesser von 0,1—0,2 cm, wurden von der Firma Gebr. Heller, Marienthal, Thür., in dankenswerter Weise für die Versuche zur Verfügung gestellt. Um sehr kleine Reynoldssche Zahlen zu erhalten, wurden drei Versuche mit Aluminiumkugeln[3]) von einem Durchmesser von 0,1131 und 0,1936 cm ausgeführt. Die Durchmesser wurden mit einem Komparator von Zeiss gemessen. Es zeigte sich, daß alle Kugeln für die Versuche genügend kugelförmige Beschaffenheit besaßen. Bei den Stahlkugeln betrug die Abweichung von der Kugelform maximal 0,6 Proz., bei den Aluminiumkugeln allerdings 2 Proz. des Durchmessers.

Die verwendeten kreisförmigen Scheiben wurden alle in der Institutswerkstatt aus feingewalztem Pendelstahl, bzw. Aluminium-, Silber- oder Goldblech gestanzt. Sie waren infolgedessen alle scharfrandig. Die Abweichung der gemessenen Durchmesser voneinander betrug nie über 1 Proz. Die Dicke der Scheiben wurde mit einer Mikrometerschraube und einem Libellensphärometer bestimmt. Um die Meßfehler hierbei möglichst auf unter 1 Proz. herabzudrücken, wurden bei jedem Plättchen mindestens 10 Dickenmessungen vorgenommen und daraus die Mittelwerte gebildet.

Wenn der Durchmesser einer Scheibe mit d, die Dicke mit c bezeichnet wird, so war das Verhältnis $\frac{c}{d}$ in keinem Falle größer als 0,03. Auf die geometrische Ähnlichkeit der Scheiben mußte verzichtet werden, da Bleche verschiedenen Materials nicht in gleicher Dicke erhältlich waren und ein präzises Abschleifen sich als unmöglich erwies. Im übrigen ist das Verhältnis $\frac{c}{d}$ so klein, daß das Außerachtlassen der geometrischen Ähnlichkeit die Resultate wenig beeinflußt haben dürfte.

Die Dichte der Kugeln als auch der Scheiben wurde mittels Pyknometers bestimmt. Die gemessenen Werte sind aus den nachfolgenden Tabellen zu ersehen.

Bei den ersten Versuchen wurden die Versuchskörper mit einer Pinzette unter die Flüssigkeitsoberfläche gebracht. Beim Öffnen der Pinzette begann die Fallbewegung und damit der Versuch. Später wurde eine elektromagnetische Loslaßvorrichtung verwendet. Sie gewährte insofern einen Vorteil, als die Flüssigkeit nicht mehr in die geringste Erschütterung versetzt wurde, was beim Öffnen der Pinzette nie ganz vermieden werden konnte. Außerdem konnten nun die Versuche von einer Person allein ausgeführt werden, da die Kontaktauslösung des Elektromagneten durch die Kurbel des Aufnahmeapparates erfolgte. Bei den Kugelversuchen wurde ein stabförmiger Elektromagnet benutzt. Da die kleinsten Kugeln durch den remanenten Magnetismus auch nach Öffnen des Kontaktes noch festgehalten wurden, war es nötig, den unteren Teil des Weicheisenkernes mit einer Glashülle zu umgeben. Auf diese Weise wurde die Wirkung des remanenten Magnetismus geschwächt und außerdem Verschmutzungen der Flüssigkeit durch Eisenoxydspuren verhindert. Im übrigen wurde der Magnetismus, der Größe der Kugeln entsprechend, durch einen Widerstand geregelt. Diese Fallvorrichtung war an einem Stativ befestigt und konnte in senkrechter Richtung verschoben werden. Vor Versuchsbeginn wurde sie so eingestellt, daß sich die Glaskuppe mit Versuchskörper $^1/_2$ cm unter der Flüssigkeitsoberfläche befand. Da die Kugel in dieser Lage von

1) P. Hirsch, Zeitschr. f. ang. Math. u. Mech. 3, 93, 1923.
2) H. Liebster, a. a. O.
3) In der Institutswerkstatt hergestellt.

allen Seiten zu sehen war, konnte genau festgestellt werden, ob sie frei von anhaftenden Luftbläschen war.

Bei den Scheiben trat zu besserer horizontaler Orientierung wie aus Fig. 1 zu ersehen ist, an die Stelle des Stabmagneten ein Hufeisenmagnet, dessen Pole in je zwei feine Spitzen ausliefen. Um den remanenten Magnetismus unwirksam zu machen, wurden über den Eisenspitzen vier Messingspitzen so angeordnet, daß

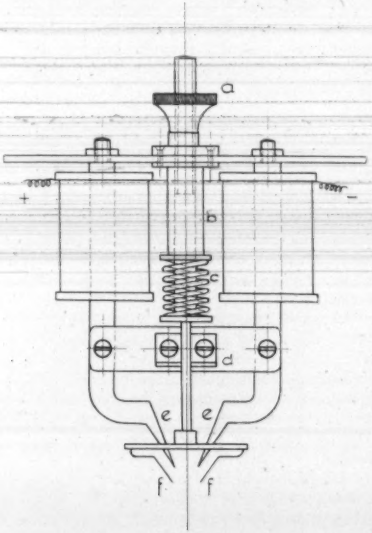


Fig. 1.

a) Stellschraube
b) Führungszylinder
c) Spannfeder
d) Führung
e) Stahlspitzen
f) Messingspitzen.

durch eine Stellschraube der Abstand der Messing- und Eisenspitzen beliebig geändert werden konnte. Durch den Magnetismus wurde die Stahlscheibe gegen die Messingspitzen gezogen, und sie begann bei Unterbrechung des Stromes ihre Fallbewegung in vollkommen horizontaler Lage.

Bei den Versuchen, die eine Untersuchung des Wandeinflusses bezweckten, kamen durchgängig zylindrische Glasgefäße zur Verwendung. Die erste Reihe von Kugelversuchen wurde in einem Zylinder von 5,6 cm Durchmesser und 35 cm Höhe, die zweite Reihe in einem kleineren von 2,7 cm Durchmesser und 20 cm Höhe vorgenommen. Die Höhe auch des kleineren Gefäßes war ausreichend, da es sich bei diesen Versuchen um so kleine Geschwindigkeiten handelte, daß der Zustand konstanter Endgeschwindigkeit praktisch immer erreicht wurde. Die Glaswände der Gefäße waren verhältnismäßig dünn und von guter Beschaffenheit, so daß in keinem Falle eine Ablenkung der durchgehenden Strahlen und eine damit verbundene Verzerrung des Bildes beobachtet wurde. Dies wurde festgestellt, indem ein im Innern des Gefäßes in der Achsenrichtung befestigter Maßstab photographiert wurde. Eine etwaige Verzerrung wäre beim Ausmessen des Bildes sofort in Erscheinung getreten.

Die Versuche mit den kreisförmigen Stahlscheiben wurden in einem Zylinder von 9,5 cm Durchmesser und 40,2 cm Höhe ausgeführt. Außerdem kamen zwei quadratische Gefäße zur Verwendung, deren Abmessungen 8,5 × 8,5 × 20 cm und 14,5 × 14,5 × 30 cm betrugen. In ihnen wurden die Spezialversuche über den Boden- und Deckeneinfluß, die Schwankungserscheinungen bei fallenden Scheiben und endlich die photographischen Aufnahmen des Strömungsverlaufes hinter Kugeln und Scheiben vorgenommen.

Als zähe Medien wurden Glyzerin und homogene Mischungen von Glyzerin und Wasser verwendet, deren Dichte mit dem Pyknometer und deren Zähigkeitswerte mittels der Poiseuilleschen Kapillarmethode bestimmt wurden. Bei allen ausgewerteten Versuchen wurde eine Zähigkeitsmessung vorher und eine nachher bei einer beobachteten Temperaturerhöhung um $\sim 1^0$ vorgenommen. Während der Dauer eines Versuches konnte die Temperatur immer konstant gehalten werden, dagegen ließ es sich nicht vermeiden, daß sich infolge der Bestrahlung die Versuchsflüssigkeit während der Dauer einer Versuchsreihe um Bruchteile von Graden erwärmte, obwohl das Versuchsgefäß von einem Wasserbad umgeben war. Die Versuchstemperatur wurde mit einem Thermometer vor und nach jedem Einzelversuch bis auf $0{,}1^0$ gemessen. Der zu jedem Versuch gehörige Zähigkeitswert wurde dann durch Interpolation auf $0{,}1^0$ genau gewonnen. Meßfehler infolge von Temperaturdifferenzen dürften auf diese Weise auf ein Minimum herabgedrückt worden sein.

Bei großen Zähigkeitsunterschieden, wie den hier vorliegenden, war es notwendig, die Relativmessungen in zwei Kapillaren auszuführen. In der engeren wurde die Zähigkeit einer Vergleichsflüssigkeit[1]) gegen die des Wassers bestimmt, in der weiteren die der Versuchsflüssigkeit gegen die der Vergleichsflüssigkeit.

1) Hierzu wurde eine Mischung von Wasser und Glyzerin verwendet, deren Durchlaufzeit ungefähr in der Mitte zwischen der des Wassers und der der Versuchsflüssigkeit lag.

Die Abmessungen unserer Kapillaren betrugen: h_I[1]) = 33,8 cm, h_{II} = 33,9 cm; Radius a_I = 0,0580 cm, a_{II} = 0,1116 cm; Durchflußmenge Q_I = 6,422 ccm, Q_{II} = 6,395 ccm. Aus dem oben angeführten Grunde mußte bei Anwendung des Poiseuilleschen Gesetzes auch die Energie der ausströmenden Flüssigkeit berücksichtigt werden. Daher wurde bei allen Durchlaufversuchen die Hagenbachsche[2]) „Korrektur der lebendigen Kraft" in Rechnung gesetzt. Die verwendete Gleichung lautet mithin:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\tau_1\left(h s_1 - \varrho_1 \frac{Q^2}{a^4\pi^2\tau_1^2}\right)}{\tau_2\left(h s_2 - \varrho_2 \frac{Q^2}{a^4\pi^2\tau_2^2}\right)}.$$

Es bedeuten hierbei μ die Zähigkeiten, τ die Durchlaufzeiten, s die spez. Gewichte und ϱ die Dichten. Die Indizes 1 und 2 beziehen sich auf die beiden durch dieselbe Kapillare strömenden Vergleichsflüssigkeiten.

Im übrigen wurden die Kapillaren so gewählt, daß sie der Bedingung $\frac{l}{aR} > 0{,}115$ genügten[3]), d. h. daß die parabolische Geschwindigkeitsverteilung der Poiseuilleschen Strömung erreicht wurde. Es bedeutet dabei l die Länge, a den Halbmesser der Kapillaren und R die Reynoldssche Zahl.

Zu Kontrollzwecken wurden Zähigkeitsbestimmungen des Wassers in der Weise vorgenommen, daß ein Wert aus Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, entnommen und die dazugehörige Ausflußzeit bestimmt wurde. Dann wurden die Durchlaufzeiten des Wassers bei verschiedenen anderen Temperaturen ermittelt und hieraus die entsprechenden Viskositäten berechnet. Verglichen mit den von Kohlrausch angegebenen ergab sich eine mittlere Abweichung von 0,6 Proz.

Als kinematographischer Aufnahmeapparat wurde ein Apparat von der Firma Ernemann, Modell A, mit einem Objektiv Ernemann, Anastigmat „Ernon" 1 : 3,5; f = 8 cm, verwendet, den die Helmholtzgesellschaft freundlichst zur Verfügung gestellt hatte[4]).

II. Über den Widerstand von Kugeln bei kleinen Reynoldsschen Zahlen.

1. Allgemeines.

Der Widerstand, den eine kleine Kugel bei langsamer quasistationärer Bewegung in einem zähen, unendlich ausgedehnten Medium erfährt, ist zuerst von Stokes[1]) berechnet worden. Durch Vernachlässigung der quadratischen Glieder in den hydrodynamischen Grundgleichungen war es ihm möglich, die Strömung um eine im Medium unter dem Einfluß der Schwere fallende Kugel und den Widerstand zu berechnen, für den er erhält:

$$W = 6\pi\mu r v.$$

wobei μ die Zähigkeit, r den Kugelradius und v die Geschwindigkeit bedeutet.

C. W. Oseen[2]) zeigte, daß die Stokessche Lösung der Differentialgleichungen nicht einwandfrei ist. Durch Berücksichtigung der sogenannten halbquadratischen Glieder fand er für den Widerstand

$$W = 6\pi\mu r v\left(1 + \frac{3}{4}\sigma r\right);$$

Hierbei ist $\sigma = \frac{\varrho v}{2\mu}$.

Da diese beiden Theorien nur für das unendlich ausgedehnte Medium Gültigkeit besitzen, konnte eine Prüfung derselben durch das Experiment erst dann erfolgen, nachdem auch theoretische Arbeiten über den Einfluß der Gefäßwände vorlagen.

Unter Zugrundelegung der Stokesschen Form der Differentialgleichungen hat H. A. Lorentz[3]) den Einfluß beliebiger Wände auf die Bewegung einer Kugel in einer reibenden Flüssigkeit durch Superposition der Zustände, die durch Bewegungsreflexionen an einer Grenzfläche des Mediums und am Körper selbst entstehen, bestimmt.

Mit Hilfe dieser Lorentzschen Rechnung und ebenfalls ausgehend von den Stokesschen Gleichungen hat R. Ladenburg[4]) die Reflexionen der Bewegung einer Kugel, die eine Translation in einem geschlossenen Zylinder ausführt, in der Weise berechnet, daß er die Reflexion auf einen unendlich langen Zylinder — Einfluß der Seitenwände — und zwei unendlich ausgedehnte parallele und zur Zylinderachse senkrechte Ebenen — Boden und Deckeneinfluß — bezieht, deren Abstand die Zylinderlänge ist. Das Resultat der Rechnung ist insofern nur eine Annäherung, als die Reflexion, streng genommen, auf einen geschlossenen Zylinder bezogen werden müßte. Er berechnet für den Widerstand unter Berücksichtigung des Seitenwandeinflusses

$$W = 6\pi\mu r v\left(1 + 2{,}4\frac{d}{\zeta}\right),$$

1) h = Abstand des Flüssigkeitsspiegels im Auffanggefäß vom Mittel zwischen den beiden Marken an der Kapillaren.

2) Ed. Hagenbach, Pogg. Ann. **109**, 385, 1860.

3) L. Schiller, Forschungsarb. auf dem Gebiete d. Ingenieurwesens, Heft 248, S. 22 ff., 1922.

4) Für die Überlassung des Apparates sei auch an dieser Stelle gedankt.

1) G. G. Stokes, Cambr. Trans. 9, 1851.

2) C. W. Oseen, Ark. f. math., astron. o. fys. **6**, 75, 1910; **9**, 1, 1913.

3) H. A. Lorentz, Abhandl. über theor. Phys. **1**, 23ff., 1906.

4) R. Ladenburg, Ann. der Phys. **23**, 447, 1907.

wobei d der Kugeldurchmesser, ζ der Zylinderdurchmesser ist.

Mit der Oseenschen Form der Differentialgleichungen als Basis hat neuerdings H. Faxén[1]) eine Theorie für dieselben Verhältnisse aufgestellt. Als Gültigkeitsbedingung fordert er, daß die Zylinderlänge im Vergleich zum Durchmesser sehr groß sei. Er berechnet den Widerstand zu

$$W = \frac{6\pi\mu r v}{1 - \frac{3}{4}\frac{r}{l}\lg\frac{r}{l} + \frac{r}{l}L(\sigma l) + \frac{r^3}{l^3}\cdot 2{,}09}.$$

Hier bedeutet l den Zylinderradius. $L(\sigma l)$ ist eine von ihm für einzelne Werte des Arguments numerisch berechnete Funktion. Die Zwischenwerte wurden von uns durch graphische Interpolation gewonnen.

Außer den beiden letzterwähnten Theorien, die nur den Einfluß der Seitenwände berücksichtigen, liegen noch zwei weitere vor, die das Problem des Boden-, bzw. Boden- und Deckeneinflusses zu lösen suchen. H. A. Lorentz berechnet die Reflexion der Bewegung an einer zur Fallrichtung senkrechten Ebene[2]) und findet für die zusätzliche Geschwindigkeit, um die sich die Geschwindigkeit der Kugel bei Bewegung in einem unendlichen Medium vergrößern würde, $\frac{9}{8}\frac{r}{a}v$, wobei a der augenblickliche Wandabstand ist. Der Widerstand in einem beliebigen Punkte beträgt also unter Berücksichtigung des Bodeneinflusses

$$W = 6\pi\mu r v\left(1 + \frac{9}{8}\frac{r}{a}\right).$$

Diese Theorie erfuhr eine Erweiterung durch R. Ladenburg[3]), der eine zweite parallele Ebene — feste Decke — einführte und an dieser ebenfalls die ursprüngliche Bewegung der Kugel reflektierte. Auf dieselbe Weise berechnete er dann die drei folgenden Reflexionen an den jeweils gegenüberliegenden Ebenen. Durch Integration der erhaltenen Zusatzgeschwindigkeiten über das gesamte Beobachtungsgebiet und Mittelung des so gewonnenen Wertes erhält er für die Zusatzgeschwindigkeit den Wert $3{,}3\,\frac{r}{h}v$, wobei h den Abstand Boden-Decke bedeutet. Die Integrationsgrenzen sind so gewählt, daß sie das mittlere Drittel des Gefäßes einschließen. Der Widerstand nach Stokes wird dadurch — unter Berücksichtigung des Boden- und Deckeneinflusses — vergrößert auf

$$W = 6\pi\mu r v\left(1 + 3{,}3\,\frac{r}{h}\right).$$

Die Versuchsergebnisse vorliegender Arbeit sind in den in der neueren Hydrodynamik allgemein üblichen dimensionslosen Größen ψ und R ausgedrückt. ψ ist eine den Widerstand charakterisierende dimensionslose Zahl, der sogenannte Widerstandskoeffizient. R ist die Reynoldssche Zahl. Wenn

W = Widerstand
d = Durchmesser der Kugel
v = Endgeschwindigkeit
ϱ = Dichte der Flüssigkeit
μ = Zähigkeit
ϱ_1 = Dichte der Kugeln

bedeuten, so ist $R = \frac{dv\varrho}{\mu}$ und $\psi = \frac{W}{r^2\pi\frac{\varrho v^2}{2}}$.

Der funktionale Zusammenhang zwischen dem Widerstand W und den Variabeln d, v, ϱ, μ und ϱ_1 läßt sich durch die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes ψ von der Reynoldsschen Zahl R darstellen.

In diesen dimensionslosen Größen ausgedrückt lautet das Gesetz von Stokes

$$\psi_{St} = \frac{24}{R},$$

das von Oseen

$$\psi_o = \frac{24}{R}\left(1 + \frac{3}{16}R\right).$$

Die Theorien über den Einfluß der Seitenwände von Ladenburg und Faxén erscheinen in folgender Gestalt:

$$\psi_{L_1} = \frac{24}{R}\left(1 + 2{,}4\,\frac{d}{\zeta}\right)$$

$$\psi_F = \frac{24}{R\left[1 - \frac{3}{16}R - \frac{d}{\zeta}L\left(\frac{\zeta\varrho v}{4\mu}\right) + \cdots\right]}$$

ζ ist dabei wie oben der Durchmesser des Zylinders.

Ebenso kann man die Ladenburgsche Theorie über den Boden- und Deckeneinfluß dimensionslos darstellen. Sie lautet

$$\psi_{L_1} = \frac{24}{R}\left(1 + 3{,}3\,\frac{r}{h}\right).$$

Da für beide sich auf das unendliche Medium beziehende Theorien, sowohl die von Stokes als auch die von Oseen, auch eine Theorie über den Einfluß der Seitenwände vorliegt — vom Boden- und Deckeneinfluß soll zunächst abgesehen werden —, ist die Möglichkeit gegeben, einmal die

1) H. Faxén, Einwirkung der Gefäßwände auf den Widerstand gegen die Bewegung einer kleinen Kugel in einer zähen Flüssigkeit. Diss. Upsala 1921; H. Faxén, Ark. f. math., astron. o. fys. Bd. **17**, Nr. 27, 1923.

2) H. A. Lorentz, a. a. O.

3) R. Ladenburg, a. a. O.

Tabelle I.

Nr.	Kugel: Durchm. d cm	Kugel: Dichte ϱ_1	Flüssigkeit: Dichte ϱ g/cm³	Flüssigkeit: Kinem. Zähigk. $\frac{\mu}{\varrho}$; cm²/sec	Geschw. v cm/sec	$R = \frac{dv\varrho}{\mu}$	$\psi = \frac{W}{r^2\pi\frac{\varrho v^2}{2}}$
1	0,1131	2,700[1])	1,228	1,298	0,6109	0,0531	475,6
2	0,1009	7,524	1,233	1,621	1,703	0,1059	238,6
3	0,1009	7,524	1,228	1,323	2,017	0,1537	166,3
4	0,1936	2,700[1])	1,233	1,621	1,370	0,1636	160,5
5	0,1936	2,700	1,228	1,323	1,666	0,2437	109,6
6	0,1508	7,524	1,228	1,323	4,321	0,4924	54,16
7	0,1750	7,524	1,233	1,621	4,777	0,5157	52,59
8	0,1750	7,524	1,228	1,438	5,307	0,6693	41,66
9	0,1750	7,524	1,228	1,323	5,499	0,7277	38,82
10	0,2005	7,524	1,228	1,429	6,587	0,9241	30,97
11	0,2005	7,524	1,227	1,385	6,948	1,005	27,87
12	0,2005	7,524	1,228	1,311	7,109	1,087	26,05
13	0,2005	7,524	1,227	1,118	8,326	1,493	19,40
14	0,3166	7,818	1,228	1,428	14,71	3,258	10,27
15	0,3166	7,818	1,228	1,323	15,08	3,606	9,772
16	0,3885	7,818	1,228	1,420	19,73	5,397	7,093
17	0,4766	7,818	1,228	1,411	26,62	8,990	4,721
18	0,5529	7,818	1,227	1,118	36,24	17,92	2,936
19	0,1009	7,524	1,227	1,605	1,604	0,1008	263,1
20	0,1009	7,524	1,227	1,307	1,963	0,1515	175,6
21	0,1508	7,524	1,227	1,605	3,500	0,3287	82,62
22	0,1508	7,524	1,227	1,315	4,148	0,4755	58,84
23	0,1750	7,524	1,227	1,596	4,517	0,4953	57,57
24	0,1750	7,524	1,227	1,315	5,628	0,7489	37,10
25	0,2005	7,524	1,227	1,596	6,084	0,7640	36,34
26	0,2005	7,524	1,227	1,323	6,885	1,042	28,38

1) Aluminiumkugeln.

experimentell bestimmten Widerstandsbeiwerte unmittelbar mit den theoretischen von Ladenburg, bzw. Faxén zu vergleichen, oder aber jene auf unendliches Medium umzurechnen und ihre Abweichungen von den theoretischen Werten von Stokes bzw. Oseen festzustellen[1]).

Der zuletzt erwähnte Weg hat gegenüber dem ersteren einen großen Vorzug, weswegen er auch im folgenden Verwendung finden soll. Stellt man nämlich die Versuchsergebnisse graphisch dar, so liegen die auf unendliches Medium umgerechneten ψ-Werte alle auf einer einzigen Kurve, wodurch die Beurteilung der Ergebnisse bedeutend erleichtert wird. Im ersteren Fall dagegen liegen die Punkte für ψ auf einer Kurvenschar, als deren Parameter der relative Wandabstand auftritt, der ja in den Gesetzen von Ladenburg und Faxén, die den Widerstand in der allgemeinsten Form angeben, als unabhängige Variable enthalten ist.

Die Umrechnung der experimentell bestimmten ψ-Werte auf unendliches Medium[2]), die Berechnung von ψ_∞, ist also, da nach dem vorher Gesagten immer gelten muß

$$\frac{\psi_{\text{exp}}}{\psi_\infty} = \frac{\psi_{L_1}}{\psi_{St}}, \quad \text{bzw.} \quad \frac{\psi_{\text{exp}}}{\psi_\infty} = \frac{\psi_F}{\psi_o},$$

so durchzuführen, daß man ansetzt im einen Falle

$$\psi_\infty = \frac{\psi_{\text{exp}}}{1 + 2{,}4\,\frac{d}{\zeta}}$$

und im anderem Falle

$$\psi_\infty = \psi_{\text{exp}} \frac{\left[1 - \frac{3}{16}R - \frac{d}{\zeta}L\left(\frac{\zeta\varrho v}{4\mu}\right)\cdots\right]}{1 - \frac{3}{16}R}.$$

1) Eine prozentuale Angabe der Abweichungen liefert in beiden Fällen dieselben Resultate.

2) Vorläufig nur mit Berücksichtigung des Einflusses der Gefäßseitenwände.

2. Beobachtungsergebnisse.

Die Versuchsergebnisse sind in Tab. I zusammengestellt. Neben den Werten von d, ϱ_1, ϱ, $\frac{\mu}{\varrho}$ und v sind die Dimensionslosen R und ψ verzeichnet. Die Versuche Nr. 1—18 sind in einem Zylinder von 5,6 cm Durchmesser, die von 19—26 in einem von 2,7 cm Durchmesser ausgeführt worden.

Tabelle II[1]).

Nr.	R	$\frac{d}{\zeta}$	$\psi St = \frac{24}{R}$	$= \frac{\psi_\infty}{\psi \exp \cdot 1 + 2{,}4\frac{d}{\zeta}}$ umgerechn. n. Ladenburg	Abweichung Proz.	$= \frac{\psi_0}{24 \; R(1-\frac{3}{16}R)}$	$= \psi \exp \frac{\left[1-\frac{3}{16}R-\frac{d}{\zeta}L(\ldots)\right]}{1-\frac{3}{16}R}$ umgerechnet n. Faxén	Abweichung Proz.	Korrektur von $\psi \exp$ nach Ladenburg Proz.	Korrektur von $\psi \exp$ nach Faxén Proz.
1	0,0531	0,020	451,2	453,8	+ 0,5	456,5	459,4	+ 0,6	4,6	3,6
2	0,1059	0,018	226,6	228,7	+ 0,9	231,2	232,8	+ 0,7	3	2,5
3	0,1537	0,018	156,1	159,4	+ 2,1	160,7	163,2	+ 1,5	4,3	1,9
4	0,1636	0,034	146,7	148,2	+ 1,0	151,3	152,6	+ 0,8	7,7	4,9
5	0,2437	0,034	98,48	101,2	+ 2,7	103,1	105,1	+ 2,0	8,4	4,5
6	0,4024	0,026	48,74	50,90	+ 4,5	53,70	53,33	— 0,7	6,0	1,5
7	0,5157	0,031	46,53	48,92	+ 5,2	51,53	51,53	+ 0,0	7,0	2,0
8	0,6693	0,031	35,85	38,75	+ 8,2	40,71	41,02	+ 0,7	7,0	1,5
9	0,7277	0,031	32,98	36,11	+ 9,7	38,23	38,29	+ 0,1	7,1	1,3
10	0,9241	0,036	25,97	28,54	+ 9,9	31,43	30,54	— 2,8	7,8	1,4
11	1,005	0,036	23,87	25,68	+ 7,8	29,43	27,51	— 6,6	7,8	1,2
12	1,087	0,036	22,08	24,56	+11,2	27,75	26,34	— 5,2	8,0	1,1
13	1,493	0,036	16,07	17,88	+11,3	22,32	19,26	—13,9	8,0	0,7
19	0,1008	0,037	238,1	241,6	+ 1,4	242,7	246,4	+ 1,6	8,2	6,4
20	0,1515	0,037	158,3	161,2	+ 1,8	163,0	165,6	+ 1,6	8,4	5,8
21	0,3287	0,055	72,99	72,86	— 0,1	77,81	78,43	+ 0,8	11,9	5,1
22	0,4755	0,055	50,47	51,88	+ 2,8	55,41	55,24	— 0,3	12,0	6,2
23	0,4953	0,064	48,45	49,84	+ 2,9	53,41	53,17	— 0,4	13,5	7,7
24	0,7489	0,064	32,04	32,12	+ 0,2	37,28	34,89	— 6,4	13,5	6,4
25	0,7640	0,074	31,41	30,85	— 1,8	36,66	33,61	— 8,4	15,2	7,5
26	1,042	0,074	23,01	24,09	+ 4,7	28,62	26,66	— 7,0	15,3	6,1

1) Vorläufige Veröffentlichung. Geiger u. Scheel, Handb. d. Phys., **VII**, 111, 1927.

Die angegebenen Werte der Geschwindigkeiten sind Mittelwerte. Zur Berechnung derselben wurden mehrere Bilder einer Serie, und zwar solche, auf denen das mittlere Drittel der Fallstrecke zu sehen war, zusammengefaßt. Bei jedem Versuch wurde festgestellt, ob die Endgeschwindigkeit erreicht war.

Für den in der Definition für ψ verwendeten Widerstand W konnte angesetzt werden, da nur Endgeschwindigkeiten berücksichtigt wurden,

$$W = \text{Gewicht} - \text{Auftrieb}.$$

Der mittlere Fehler der ψ-Werte dürfte $\pm$ 1 Proz. betragen. Der Durchmesser und die Dichte der Kugel, ebenso die Dichte der Flüssigkeit waren sehr genau bestimmbar, dagegen dürfte der mittlere Fehler der Zähigkeitsmessung, wie aus dem oben Gesagten ersichtlich, bei 1 Proz. und der der Geschwindigkeitsbestimmung bei $^1/_2$ Proz. liegen.

Aus Tabelle II sind die auf unendliches Medium umgerechneten Werte für ψ zu entnehmen. Hierbei wurden vorerst nur die den Einfluß des Zylindermantels berücksichtigenden Theorien verwendet. Neben den beiden Werten für ψ_∞ sind die dazu gehörigen theoretischen Werte von Stokes bzw. Oseen angegeben und zur besseren Beurteilung der Ergebnisse die Abweichungen in Prozenten beigefügt.

Es ist aus dieser Zusammenstellung zu ersehen, daß bei sehr kleinen Reynoldsschen Zahlen beide Theorien befriedigend mit dem Experiment übereinstimmen.

Im weiten Zylinder ist die Übereinstimmung der nach Ladenburg umgerechneten experimentellen Werte mit den theoretischen Werten nach Stokes nur bis zu $R = 0{,}16$ vorhanden, während sie bei den Oseen-Faxénschen Wertepaaren bis 0,72 andauert.

Im engeren Zylinder stimmen die nach Ladenburg umgerechneten Werte gut mit den theoretischen nach Stokes überein — bis $R =$ 0,76 —, da hier das Korrekturglied $\frac{d}{\zeta}$ ziemlich groß wird und infolgedessen, wie aus der vorletzten Spalte der Tabelle zu ersehen ist, die Korrektur von ψ_{exp} bis zu 15 Proz. beträgt.

Die Übereinstimmung der Oseen-Faxénschen Wertepaare ist hier befriedigend bis zur Reynoldsschen Zahl $R = 0{,}49$, während bei $R = 0{,}74$ schon eine Abweichung von 6,4 Proz. verzeichnet ist[1]).

Im übrigen ersieht man aus den beiden letzten Spalten der Zusammenstellung, daß sich die

1) Siehe auch Tab. III; bei anderer Umrechnung nur 2,8 Proz.

Tabelle III.

Nr.	$\psi_0 = \frac{24}{R\left(1-\frac{3}{16}R\right)}$	$\psi_\infty = \psi_{exp}\frac{\left[1-\frac{3}{16}R-\frac{d}{\zeta}L(\,)\ldots\right]}{1-\frac{3}{16}R}$	Abw. Proz.	$\psi_0 = \frac{24\left(1+\frac{3}{16}R\right)}{R}$	$\psi_\infty = \psi_{exp}\frac{1+\frac{3}{16}R}{\left[1+\frac{3}{16}R+\frac{d}{\zeta}L(\,)\right]}$	Abw. Proz.
1	456,5	459,4	+0,6	455,7	460,1	+0,9
2	231,2	232,8	+0,7	231,1	233,3	+0,9
3	160,7	163,2	+1,5	160,6	163,4	+1,7
9	38,23	38,29	+0,1	37,48	38,44	+2,5
10	31,43	30,54	−2,8	30,47	30,68	+0,7
11	29,43	27,51	−6,6	28,37	27,64	−2,6
24	37,28	34,89	−6,4	36,54	35,51	−2,8
25	36,66	33,61	−8,4	35,91	34,42	−4,1

zwei Wandeinflußtheorien im Prinzip voneinander unterscheiden. Während die Korrektur von ψ_{exp} nach Ladenburg mit zunehmendem R größer wird, nimmt sie nach Faxén ab, da die Funktion L mit wachsendem R kleiner wird[1]). Dies tritt bei den Versuchen im kleinen Zylinder nicht so scharf in Erscheinung, weil das Verhältnis $\frac{d}{\zeta}$ außerordentlich stark wächst.

Die Ergebnisse der Versuche 14 bis 18 sind nicht umgerechnet, da die Voraussetzungen für die Theorien fehlen. Der Anschluß der ψ-Werte an die experimentelle Kurve von Liebster ist befriedigend.

Zusammenfassend kann auf Grund der Zusammenstellung behauptet werden, daß die Übereinstimmung des Experiments mit der Oseen-Faxénschen Theorie für beide Zylinder sehr befriedigend und weitgehend ist, während man dasselbe für die Stokes-Ladenburgsche Theorie nur für den engen Zylinder feststellen kann.

Die nach Faxén umgerechneten ψ_∞-Werte sind in Fig. 2 (Tafel I) in logarithmisch geteilte Koordinatenachsen als Ordinaten, die dazu gehörigen R-Werte als Abszissen aufgetragen.

Die ψ_∞-Werte liegen im allgemeinen, besonders bei den kleinsten Reynoldsschen Zahlen, etwas höher als die Oseensche Kurve, was aber nicht befremdend, sondern zu erwarten ist, da in den bisherigen Rechnungen weder der Einfluß des Gefäßbodens noch der freien Oberfläche berücksichtigt wurde. Boden- und Deckeneinfluß wirken aber widerstandserhöhend, so daß die Tendenz zur Abweichung nach oben hierdurch ihre Erklärung findet.

In Fig. 2 (Tafel I) sind außer den ψ_∞-Werten noch die theoretischen Kurven für ψ_{St} — in logarithmischer Auftragung dargestellt durch eine Gerade — und ψ_0 eingezeichnet.

1) Die von Faxén numerisch berechneten Werte für L sind: $L(0) = 2{,}104$; $L(0{,}5) = 1{,}76$; $L(1) = 1{,}48$; $L(2) = 1{,}04$; $L(5) = 0{,}46$.

Endlich sei noch darauf hingewiesen, daß für die Umrechnung auf unendliches Medium mit Hilfe der Faxénschen Theorie mit derselben Berechtigung angesetzt werden kann[1])

$$\psi_\infty = \psi_{exp}\frac{1+\frac{3}{16}R}{\left[1+\frac{3}{16}R+\frac{d}{\zeta}L(\,)\cdots\right]}$$

Für $\psi_\infty = \psi_0$ muß bei oben verwendeter Methode $\frac{24}{R\left(1-\frac{3}{16}R\right)}$, bei letztgenannter $\frac{24\left(1+\frac{3}{16}R\right)}{R}$ gesetzt werden, da bei gegen ∞ gehendem ζ sich jeweils die Klammerausdrücke rechts wegkürzen und die Folgerichtigkeit nur dann gewahrt bleibt, wenn in einer Gleichung der Oseensche Klammerausdruck nur in einer einzigen Gestalt erscheint.

In Tabelle III seien für einige Werte die beiden Möglichkeiten der Umrechnung nebeneinandergestellt.

Es ist ohne weiteres ersichtlich, daß die oben angeführte Beurteilung der Ergebnisse nicht anders ausfällt, auch wenn man die zweite Art der Umrechnung benutzt. In diesem Falle, ist, wie Tabelle III zeigt, die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment sogar noch weitgehender.

Dem Problem des Boden- und Deckeneinflusses kann experimentell nicht näher getreten werden, ohne daß man auf große Schwierigkeiten

1) In der vorläufigen Veröffentlichung (a. a. O.) wurde mittels folgender Gleichung umgerechnet:

$$\frac{24\left(1+\frac{3}{16}R\right)}{R} = \psi_{exp}\frac{\left[1-\frac{3}{16}R-\frac{d}{\zeta}L(\,)\cdots\right]}{1-\frac{3}{16}R}.$$

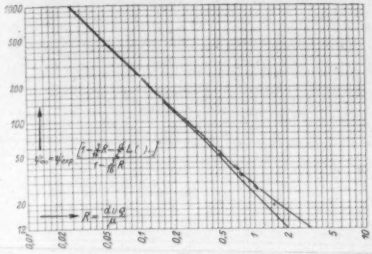


Fig. 2.

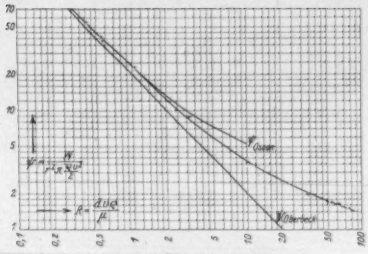


Fig. 4.

Fig. 7.

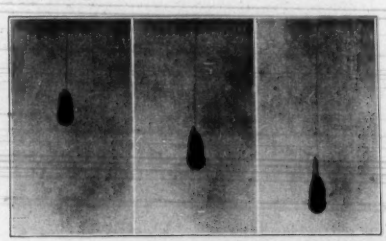


Fig. 8a, b u. c.

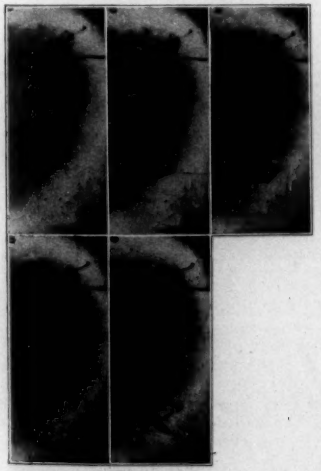


Fig. 10a—e.

Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Tabelle IV.

Nr.	d	ϱ	$\frac{\mu}{\varrho}$	v	ψ	R	
1	0,1997	—	—	9,146	—	—	freie Oberfl., $h = 18$ cm
2	0,1997	—	—	9,143	—	—	„ „ $h = 9$ cm
3	0,1009	1,221	1,019	2,516	107,5	0,2491	„ „ „ $h = 15$ cm
4	0,1508	1,221	1,019	5,472	33,98	0,8097	„ „ „
5	0,1009	1,221	1,019	2,531	106,2	0,2506	mit fester Decke
6	0,1508	1,221	1,019	5,462	34,11	0,8018	$h = 12{,}2$ cm

stößt. Auf die vorliegenden Versuche ist weder die Theorie von Lorentz, die ein auf der einen Seite des Bodens unendliches Medium zur Voraussetzung hat, noch die von Ladenburg anwendbar, der neben der Reflexion am Boden die Reflexion an einer festen Decke in seine Rechnungen einbezieht. Eine Theorie aber, die neben dem Boden die freie Oberfläche berücksichtigt, liegt nicht vor.

Es besteht nun die Möglichkeit, eine der beiden genannten Theorien zur Berechnung von ψ_∞ zu verwenden. Die so erhaltenen Werte würden wenigstens annähernd richtig sein. Sofern die freie Oberfläche ebenso wirkt, wie die feste Decke bei Ladenburg, muß die Lorentzsche Rechnung — angewendet auf vorliegende Versuche — zu kleine Werte für den Boden- und Deckeneinfluß ergeben. Über die Größe der Wirkung läßt sich nichts aussagen.

Da das Problem des Boden- bzw. Deckeneinflusses experimentell noch nicht untersucht worden ist, war es wünschenswert, zunächst einmal festzustellen ob ein solcher Einfluß überhaupt nachzuweisen ist und ob die Lorentzsche Theorie — die ja auch die Grundlage der Ladenburgschen bildet — mit dem Experiment wenigstens qualitativ im Einklang steht. Zu diesem Zwecke wurden einige Spezialversuche in einem weiteren quadratischen Gefäß von den Abmessungen $8{,}5 \times 8{,}5 \times 20$ cm vorgenommen, um den Einfluß der Gefäßseitenwände möglichst auszuschalten. Die Versuchsdaten sind in Tabelle IV zusammengestellt.

Die in der Tabelle angegebene Geschwindigkeit v ist im mittleren Drittel des Gefäßes in derselben Weise gemessen, wie bei allen oben angeführten Versuchen. Aus den Messungen unter Nr. 1 und 2 geht hervor, daß eine Einwirkung der Flüssigkeitshöhe h auf die Geschwindigkeit v nicht nachgewiesen werden kann, ein etwaiger Einfluß zum mindesten innerhalb der Größe der Meßgenauigkeit liegt. Die Zähigkeit wurde bei diesen beiden Versuchen nicht gemessen, da es lediglich darauf ankam, daß die Versuche unmittelbar hintereinander, d. h. bei genau denselben Versuchsbedingungen vorgenommen wurden.

Ebenso konnte, wie die Messungen unter Nr. 3 bis 6 zeigen, kein über die Meßgenauigkeit hinausgehender Geschwindigkeitsunterschied zwischen Versuchen, die in einem Gefäß mit fester Decke einerseits und freier Flüssigkeitsoberfläche andererseits bei sonst gleichen Versuchsbedingungen ausgeführt wurden, konstatiert werden.

Bei den Versuchen 3 bis 6 war im Versuchsgefäß ein Messingboden so angebracht, daß die Fallbewegung bis zum Auftreffen der Kugel auf dem Boden photographiert und infolgedessen die Geschwindigkeit von Bild zu Bild auch bis in unmittelbare Nähe des Bodens ermittelt werden konnte. Die Ergebnisse der Messungen für die

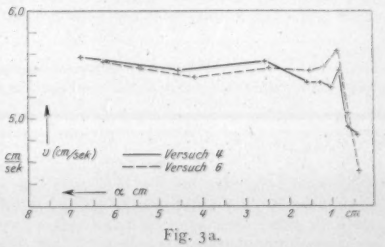


Fig. 3a.

Versuche 4 und 6 sind in Fig. 3a graphisch dargestellt.

Als Abszisse wurde die Entfernung vom Boden, als Ordinate die gemessene Geschwindigkeit aufgetragen. Beides sind natürlich nur Mittelwerte, die aus je zwei aufeinanderfolgenden Bildern berechnet wurden. Die in Fig. 3a eingezeichneten Werte sind in Tabelle V neben den Werten für Versuch 5 zusammengestellt. Der Einfluß des Bodens ist offensichtlich.

In den ermittelten Werten stecken noch die Meßfehler, die hier größer als sonst sind, da die Differenzen der Fallwege zwischen zwei aufeinanderfolgenden Bildern außerordentlich klein sind und die Genauigkeit der Messung vermindern. Die Meßfehler betragen hier — der kleinste gemessene Fallweg beträgt 0,0151 cm — maximal 4 Proz. Außerdem dürften die Schwankungen

Tabelle V.

Versuch 4		Versuch 6		Versuch 5		
Entf. a cm	Geschw. v cm/sec	a cm	v cm/sec	a cm	v cm/sec	$v\left(1+\frac{9}{8}\frac{r}{a}\right)$
6,771	5,568	6,256	5,531	7,342	2,546	2,564
4,553	5,449	4,172	5,394	6,272	2,524	2,547
2,571	5,537	2,457	5,473	4,943	2,524	2,552
1,587	5,337	1,546	5,443	2,882	2,524	2,572
1,260	5,336	1,109	5,484	1,468	2,461	2,555
1,036	5,294	0,863	5,628	1,256	2,498	2,611
0,812	5,480	0,616	5,052	1,133	2,448	2,570
0,610	4,924	0,394	4,518	1,015	2,498	2,635
0,408	4,855			0,896	2,434	2,588
				0,777	2,427	2,604
				0,654	2,442	2,652
				0,460	2,311	2,595
				0,272	2,110	2,540

der Geschwindigkeit, die wiederholt im stationären Zustand der Bewegung beobachtet worden sind[1]), den schwankenden Verlauf der Kurven bedingen.

Bei Versuch 5 wurde jedes Bild viermal gemessen. Die daraus gemittelten Werte sind in Fig. 3b in derselben Weise aufgetragen wie oben. Sie liegen hier ziemlich regelmäßig ober- und unterhalb einer graphisch interpolierten Kurve.

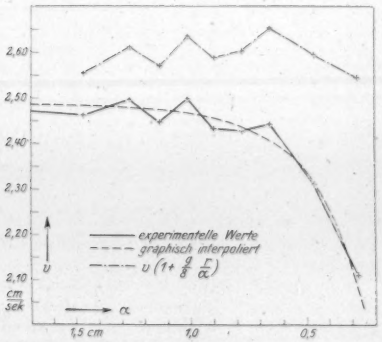


Fig. 3b.

Wären die Versuche in einem auf der einen Seite des Bodens unendlich ausgedehnten Medium vorgenommen worden, so wären wir in der Lage, mit Hilfe der Lorentzschen Theorie in jedem Punkte die Absolutgeschwindigkeit berechnen zu können, die vorhanden wäre, wenn das Medium unendlich ausgedehnt wäre. Die so berechneten Werte müßten einen stationären Zustand charakterisieren. Bei unseren Versuchsbedingungen kann die Rechnung natürlich nur Annäherungswerte ergeben, da der Einfluß der freien Oberfläche durch die Rechnung nicht mit erfaßt wird und außerdem nur Mittelwerte der Entfernung und Geschwindigkeit benutzt werden konnten. In Tabelle V und Fig. 3b sind die auf diese Weise auf unendliches Medium umgerechneten Werte der Geschwindigkeit mit angegeben. Sie gruppieren sich gut um einen Mittelwert. Es ist hiermit gezeigt, daß die Theorie von Lorentz mit den experimentellen Ergebnissen befriedigend übereinstimmt.

Bei der Berechnung der in Tabelle II zusammengestellten ψ_∞-Werte war zunächst der Einfluß der Seitenwände eliminiert worden. Wir müssen nun bei der endgültigen Berechnung jener Werte auch den Bodeneinfluß berücksichtigen, da die Wirkung desselben über die Grenzen der Meßgenauigkeit hinausgeht. Es ist gleichgültig, welche von den genannten Theorien man hierbei benutzt, da die Unterschiede zwischen Lorentzscher und Ladenburgscher Rechnung bei vorliegenden Versuchen innerhalb der Versuchsfehlergrenzen liegen.

Setzt man nämlich analog der Ladenburgschen Rechnung für das Integral der Zusatzgeschwindigkeit mit beibehaltenen Integrationsgrenzen an[1]):

$$v_z = \frac{\gamma}{\gamma-2}\frac{1}{h}\int_{\frac{h}{\gamma}}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}h}\frac{9}{8}rv\frac{1}{z}dz,$$

d. h. berücksichtigt man nur die erste Reflexion, wie sie die Lorentzsche Theorie explizit gibt und wie sie durch das Experiment richtig gesprochen ist, so würde das für die Zusatzgeschwindigkeit

1) H. Liebster, a. a. O.

1) R. Ladenburg, a. a. O.

Tabelle VI.

Nr.	ψSt	$= \frac{\psi_\infty}{\psi \exp \left(1+2{,}4\frac{d}{\zeta}\right)^{1)} \left(1+2{,}4\frac{r}{h}\right)^{2)}}$	Abw. Proz.	ψ_0	$= \frac{\psi_\infty}{\psi \exp \left[1-\frac{3}{16}R-\frac{d}{\zeta}L(\ldots)\right] \left(1-\frac{3}{16}R\right)\left(1+2{,}4\frac{r}{h}\right)^{2)}}$	Abw. Proz.
1	451,2	452,0	+ 0,1	456,5	457,5	+ 0,2
2	226,6	227,8	+ 0,5	231,2	231,9	+ 0,3
3	156,1	158,8	+ 1,8	160,7	162,6	+ 1,1
4	146,7	147,4	+ 0,5	151,3	151,8	+ 0,3
5	98,48	100,7	+ 2,2	103,1	104,5	+ 1,4
6	48,74	50,64	+ 3,9	53,70	53,06	— 1,2
7	46,53	48,62	+ 4,5	51,53	51,22	— 0,6
8	35,85	38,51	+ 7,6	40,71	40,77	+ 0,1
9	32,98	35,89	+ 9,0	38,23	38,06	— 0,4
10	25,97	28,34	+ 9,4	31,43	30,32	— 3,5
11	23,87	25,50	+ 7,0	29,43	27,31	— 7,3
12	22,08	24,39	+ 10,5	27,75	26,15	— 5,9
13	16,07	17,74	+ 10,4	22,32	19,18	— 14,2
19	238,1	240,1	+ 0,8	242,7	244,9	+ 0,9
20	158,3	160,2	+ 1,2	163,0	164,6	+ 1,0
21	72,99	72,21	— 1,0	77,81	77,73	— 0,1
22	50,47	51,41	+ 1,8	55,41	54,74	— 1,2
23	48,45	49,29	+ 1,7	53,41	52,59	— 1,5
24	32,04	31,77	— 0,8	37,28	34,51	— 7,4
25	31,41	30,48	— 3,0	36,66	33,21	— 9,5
26	23,01	23,80	+ 3,4	28,62	26,34	— 8,1

1) Einfluß der Seitenwände. — 2) Einfluß des Bodens.

den Wert

$$v_z = \frac{9}{8}\frac{\gamma}{\gamma-2}\frac{r}{h} v \,[\lg z]_{\frac{h}{\gamma}}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}h}$$

$$= \frac{9}{8}\frac{\gamma}{\gamma-2}\frac{r}{h} v \lg(\gamma-1)$$

$$= 2{,}4\,\frac{r}{h}\,v$$

ergeben, falls man $\gamma = 3{,}2$[1]) setzt, d. h. annähernd im mittleren Drittel des Gefäßes beobachtet.

Die Unterschiede in den Zusatzgeschwindigkeiten betrügen also

$$\frac{\gamma}{\gamma-2}\frac{1}{h}\int_{\frac{h}{\gamma}}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}h}(w_1+w_2+w_3)\,dz^{2)} - \frac{\gamma}{\gamma-2}\frac{1}{h}\int_{\frac{h}{\gamma}}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}h} w_1\,dz$$

$$= 3{,}3\,\frac{r}{h}\,v - 2{,}4\,\frac{r}{h}\,v$$

$$= 0{,}9\,v\,\frac{r}{h}$$

und in unserem Fall — Versuch 26 — maximal 0,5 Proz. der Geschwindigkeit und damit auch des Widerstandes, den wir erhalten zu

$$W = 6\pi\mu r v\left(1+2{,}4\,\frac{r}{h}\right)^{1)}.$$

Im folgenden sei zur weiteren Umrechnung der in Tabelle II angegebenen ψ_∞-Werte nur die erste Reflexion am Boden berücksichtigt. Um einen Vergleich der beiden nun auf allseitig unendliches Medium umgerechneten ψ-Werte möglich zu machen, mußte auch das mit Hilfe der Oseen-Faxénschen Theorie gewonnene ψ_∞ durch das Glied $\left(1+2{,}4\,\frac{r}{h}\right)$ dividiert werden. Die in Tabelle VI enthaltenen Werte für ψ_∞ repräsentieren nunmehr den Widerstand, den die Kugel in einem allseitig unbegrenzten Medium erfahren würde. Sie müßten bei genauen Messungen und Richtigkeit der Theorien mit den theoretischen Werten bis auf kleine Abweichungen infolge Nichtberücksichtigung der freien Oberfläche übereinstimmen.

1) Bei einer Flüssigkeitshöhe von 32 cm wurden ∞ je 10 cm am Boden und an der Oberfläche von der Beobachtung ausgeschlossen, bei einer Höhe von 19 cm im kleinen Zylinder je 6 cm.

2) Von Ladenburg berechnetes Integral, wobei w_1, w_2, w_3 die ersten drei aufeinander folgenden Reflexionen sind.

1) Der Faktor $\left(1+2{,}4\,\frac{r}{h}\right)$ ist hier ein durch den Gefäßboden bedingtes Korrektionsglied, im Gegensatz zu dem ähnlichen Faktor $\left(1+2{,}4\,\frac{d}{\zeta}\right)$ bei Ladenburg, der damit den Einfluß der Seitenwände in Rechnung stellt.

Für die Flüssigkeitshöhe h ist bei den Versuchen 1—13 32 cm, bei den Versuchen 19—26 19 cm eingesetzt worden. Die zu den Versuchen gehörigen Reynoldsschen Zahlen und ψ_{exp}-Werte sind schon in Tabelle II angegeben.

Die letzteren erfahren durch die Berücksichtigung des Boden- und Deckeneinflusses eine noch merkliche Korrektur. Dadurch wird ihre Übereinstimmung mit den theoretischen Werten noch befriedigender.

III. Über den Widerstand kreisförmiger Scheiben.

1. Allgemeines.

Der Widerstand, den eine kreisförmige Scheibe bei langsamer stationärer Bewegung in einer reibenden Flüssigkeit erfährt, ist zuerst von Oberbeck[1]) berechnet worden. Später ist dasselbe Problem noch einmal von R. Gans[2]) — erweitert auf geneigte Scheiben und Stäbchen — behandelt worden. Die Scheibe wird bei diesen Berechnungen als Grenzfall eines Rotationsellipsoides betrachtet. Bei vorliegenden Versuchen kommt allein die Bewegung breitseit, d. h. parallel zur Rotationsachse in Frage.

Das dem Stokesschen Widerstandsgesetz für die Kugel entsprechende Oberbecksche für die Scheibe lautet:

$$W = 16\mu r v,$$

wobei μ die Zähigkeit, r den Radius und v die Geschwindigkeit bedeuten. Als Gültigkeitsbedingung wird gefordert, daß die zweiten Potenzen von $\frac{c}{r}$ vernachlässigt werden können, wenn c die Dicke bedeutet.

In den Dimensionslosen ψ und R ausgedrückt, lautet das Gesetz

$$\psi = \frac{20{,}37}{R}\ ^{3}).$$

C. W. Oseen[4]) hat, ebenso wie für die Kugel, die dies Problem beherrschenden Differentialgleichungen mit Berücksichtigung der halbquadratischen Glieder gelöst. Er findet auf diese Weise für den Widerstand

$$W = 16\mu r v\left(1 + \frac{\varrho r |v|}{\pi\mu}\right) = 16\mu r v\left(1 + \frac{2}{\pi}|\sigma| r\right).$$

Es bedeutet dabei — wie beim Widerstand für die Kugel — $\sigma = \frac{\varrho v}{2\mu}$. Dies Gesetz lautet in dimensionslosen Größen

$$\psi = \frac{20{,}37}{R}\left(1 + \frac{R}{2\pi}\right).$$

Eine Theorie über den Wandeinfluß liegt für das Rotationsellipsoid nicht vor, so daß eine korrekte Umrechnung der Versuchswerte auf unendliches Medium nicht erfolgen konnte.

2. Beobachtungsergebnisse.

Das Verhalten der Scheiben bei der Fallbewegung war je nach der Größe der Reynoldsschen Kennziffern durchaus verschieden. Im Gebiete der schleichenden Bewegung wurde festgestellt, daß die Scheiben keine Tendenz zeigten, sich irgendwie einzustellen. Während der Translation behielten sie ihre Orientierung gegen die Fallrichtung bei. Maßgebend hierfür war einzig und allein die Einstellung bei Beginn des Experiments. Die von R. Gans[1]) für zähe Flüssigkeiten aufgestellte Behauptung, daß bei einer Translationsbewegung von Körpern, die drei aufeinander senkrechte Symmetrieebenen besitzen, infolge der Druckkräfte der Flüssigkeit kein Drehmoment auftritt, ist also im Bereich der schleichenden Bewegung durch das Experiment bestätigt. Die Versuche in diesem Gebiet gestalteten sich schwierig, da alle diejenigen für unsere Widerstandsbetrachtungen unbrauchbar waren, bei denen die Scheibe eine nicht vollkommen horizontale Lage einnahm. Bei der geringsten Neigung ändert sich natürlich der Widerstand, der bei der verwendeten Methode auch nicht zu bestimmen war, da ein Messen des Neigungswinkels aus einer Projektion, wie sie der Film darstellt, nicht möglich ist.

Im angrenzenden Gebiet, ungefähr bis zum R-Werte 80, zeigte die Scheibe das Bestreben, sich sofort horizontal einzustellen, gleichgültig, wie die Lage zu Beginn des Versuches war. Zur Erklärung dieses Verhaltens sei bemerkt, daß sich nach Kirchhoff[2]) bei Translationsbewegungen eines Rotationsellipsoides in idealen Flüssigkeiten die Flüssigkeitsdrucke auf ein Kräftepaar reduzieren, das nur verschwindet, wenn sich das Ellipsoid in Richtung einer der drei Hauptachsen bewegt. Von diesen drei permanenten Translationen ist eine einzige völlig stabil, die in Richtung der kleinsten Achse.

Bei R-Werten über 80 — bis ~ 300 — traten durchgehends periodische Schwingungen um irgendeine äquatoriale Achse auf. Der Scheibenmittelpunkt bewegte sich dabei nicht geradlinig, sondern in der Schwingungsebene merklich pendelnd fort. Die Schwingungen waren auch ober-

1) Oberbeck, Crelles Journ. **81**, 62, 1876; Lamb § 326.

2) R. Gans, Münch. Berichte, S. 191, 1911.

3) Wieselsberger gibt — wohl irrtümlich — an $\frac{17{,}4}{R}$, Physik. Zeitschr. **23**, 219, 1922.

4) C. W. Oseen, Arch. f. Math. u. Phys. Bd. **24**, 108, 1915.

1) R. Gans, a. a. O.

2) Kirchhoff, Crelles Journ. 71, 1869; Mech. 19. Vorl.; Lamb § 124.

Tabelle VII.

Nr.	Scheibe d cm	$\frac{c}{d}$	ϱ_1	Flüssigkeit ϱ_2	$\frac{\mu}{\varrho_2}$	v cm/sec	$R=\frac{dv\varrho}{\mu}$	$\psi=\frac{W}{r^2\pi\frac{\varrho v^2}{2}}$
1	0,4051	0,02592	7,674	1,223	1,391	1,408	0,4098	54,81
2	0,5970	0,00837	7,674	1,223	1,201	1,116	0,5543	41,55
3	0,4050	0,02592	7,674	1,223	1,176	1,670	0,5748	38,96
4	0,5560	0,01888	7,674	1,223	1,126	2,172	1,071	23,03
5	0,9848	0,01066	7,674	1,223	1,386	3,019	2,145	11,92
6	0,9848	0,01066	7,674	1,223	1,316	3,264	2,441	10,19
7	0,5283	0,03312	2,700	1,199	0,3684	2,209	3,168	8,804
8	0,9848	0,01066	7,674	1,199	0,3684	3,790	10,13	3,685
9	1,998	0,01035	7,674	1,223	1,319	7,925	12,98	3,499
10	0,4050	0,02592	7,674	1,150	0,0906	7,569	33,82	1,991
11	0,5560	0,01888	7,674	1,150	0,0906	8,271	50,74	1,707
12	0,5960	0,01762	7,674	1,150	0,0906	8,266	54,05	1,708
13	1,998	0,01035	7,674	1,199	0,3684	11,55	62,64	1,642
14	1,998	0,01035	7,674	1,199	0,3684	11,64	63,18	1,615
15	0,4572	0,0118	7,674	1,101	0,0390	6,500	76,17	1,497
16	0,5076	0,0103	7,674	1,101	0,0390	6,390	83,13	1,508
17	0,5493	0,00910	7,674	1,101	0,0390	6,262	88,16	1,491
18	0,5968	0,00855	7,674	1,101	0,0390	6,302	96,40	1,597
19	0,6960	0,00732	7,674	1,101	0,0390	6,050	108,0	1,504
20	0,1948	0,0256	7,674	0,9981	0,00996	6,332	123,8	1,630
21	0,1955	0,0255	7,674	0,9981	0,00996	6,403	125,5	1,603
22	0,3045	0,0164	7,674	0,9981	0,00995	6,079	186,0	1,775
23	0,3887	0,0128	7,674	0,9981	0,00995	6,082	237,6	1,772
24	0,4566	0,0109	7,674	0,9981	0,00995	5,966	273,8	1,843
25	0,5079	0,00964	7,674	0,9981	0,00994	5,867	299,8	1,865
26	0,5243	0,0114	10,50[1]	1,113	0,03988	7,638	100,4	1,701
27	0,4055	0,0266	10,17[2]	1,080	0,02815	10,07	145,1	1,758
28	0,5087	0,0214	10,17	1,080	0,02815	10,129	182,8	1,757
29	0,3071	0,0188	19,34	1,113	0,03988	10,89	83,85	1,576
30	0,4072	0,0141	19,34	1,113	0,03988	10,60	108,2	1,648
31	0,5266	0,0109	19,34	1,113	0,03988	11,16	147,3	1,487

1) Feinsilber. — 2) Feingehalt 800.

halb dieser R-Werte noch feststellbar, koppelten sich aber hier mit einer Schraubenbewegung der Scheibe um eine Vertikalachse und gestalteten den Vorgang so kompliziert, daß ein Messen des Widerstandes unmöglich war. Im übrigen sind bei der Bewegung von Luftblasen schon ähnliche schraubenförmige Bahnen beobachtet worden[1]). Die Ursache dieser Schwingungen dürfte in Strömungsvorgängen hinter dem Versuchskörper zu suchen sein. Wie die unten folgenden Strömungsaufnahmen zeigen, treten im Gebiet $R < 80$ aus zusammenhängenden Diskontinuitätsflächen entstandene am Versuchskörper haftende Wirbelgebilde, im Bereich $80 < R < 300$ Bildungen von Wirbelstraßen auf. Ähnlich strukturierte zweidimensionale Wirbelstraßen sind schon bei Schleppversuchen von Zylindern und Platten durch ruhende Flüssigkeiten beobachtet und photographiert worden[2]). Hinter dem Körper entsteht dabei eine periodische Pendelung der Flüssigkeitsteile, die nach v. Kármán[1]) als notwendige Folge einer vorher bestehenden labilen Anordnung anzusehen ist. In den Schwingungen der fallenden Scheibe haben wir offenbar ein dreidimensionales Analogon vor uns, auch sie sind sicher eine Folge des Überganges der zusammenhängenden Diskontinuitätsfläche in eine bestimmte Anordnung abgelöster Wirbelgebilde.

Die gemessenen ψ und R-Werte sind in Tabelle VII neben den Werten d, $\frac{c}{d}$, ϱ_1, ϱ_2, $\frac{\mu}{\varrho_2}$ und v zusammengestellt.

Es bedeuten, wie bisher, $\psi=\frac{W}{r^2\pi\frac{\varrho v^2}{2}}$ und $R=\frac{dv\varrho}{\mu}$. Wie aus den Dichten ϱ_1 hervorgeht, wurden bei den Versuchen Nr. 1 bis 25 — mit Ausnahme von Versuch 7 — Stahlscheiben, bei den Versuchen Nr. 26 bis 28 Silberscheiben und bei den Nr. 29 bis 31 Goldscheiben verwendet.

1) P. Hirsch, a. a. O.; O. Miyagi, Phil. Mag. **50**, 6, 112, 1925.
2) Th. v. Kármán u. H. Rubach, Physik. Zeitschr. **13**, 49, 1912.

1) Th. v. Kármán, Gött. Nachr. S. 509, 1911.

Tabelle VIII.

Nr.	R	ψ_{exp}	ψ_{Ob} (Oberbeck)	Abweichung Proz.	ψ_O (Oseen)	Abweichung Proz.	$\sim\psi_\infty$	Abweichung von ψ_∞ Proz.
1	0,4098	54,81	49,70	+ 10,4	52,94	+ 3,6	52,87	— 0,1
2	0,5543	41,55	36,74	+ 13,3	39,98	+ 4,0	39,34	— 1,6
3	0,5748	38,96	35,43	+ 10,0	38,67	— 0,8	37,92	— 1,9
4	1,071	23,03	19,01	+ 21,1	22,25	+ 3,5	22,45	+ 0,9
5	2,145	11,92	9,496	+ 26,9	12,73	— 6,7	11,51	— 10,1
6	2,441	10,19	8,344	+ 23,1	11,58	— 12,6		

Bis zum R-Wert 76,17 — Vers. Nr. 15 — fielen die Scheiben vollkommen ruhig und in horizontaler Lage. Bis zu dieser Reynoldsschen Zahl sind die zusammengehörigen ψ- und R-Werte in Fig. 4 logarithmisch aufgetragen.

Neben den Versuchswerten sind die das Oberbecksche (ψ_{Ob}) und Oseensche Widerstandsgesetz (ψ_O) charakterisierenden Kurven eingezeichnet. Es zeigt sich, daß die Werte gut zu einer graphisch interpolierten Kurve liegen, die einen durchaus stetigen Verlauf aufweist. Aus Fig. 4 und Tab. VIII geht hervor, daß die experimentellen Ergebnisse auch bei der Scheibe bis $R = 1{,}07$ gut mit der Oseenschen Theorie übereinstimmen. Dabei ist zu bedenken, daß der Einfluß der Gefäßwände gänzlich unbeachtet geblieben ist.

Berücksichtigt man den letzteren, indem man in Ermangelung einer Theorie über den Wandeinfluß die für die Kugel vorliegende von Faxén heranzieht und für die Umrechnung auf unendliches Medium etwa ansetzt:

$$\frac{20{,}37}{R}\left(1+\frac{R}{2\pi}\right) = \psi_{exp}\left[1+\frac{1}{2\pi}R+\frac{d}{\zeta}L\left(\frac{\zeta\varrho v}{4\mu}\right)^{1)}+\cdots\right]^{-1},$$

so erhält man die in der vorletzten Spalte von Tab. VIII angegebenen Werte für $\sim\psi_\infty$. Die Übereinstimmung der so korrigierten ψ-Werte mit den theoretischen nach Oseen ist überraschend weitgehend.

Der durchschnittliche mittlere Fehler der ψ-Werte beträgt bei den in Tab. VII aufgeführten Versuchen im allgemeinen $\pm$ 1 Proz., da dieselben Meßmethoden zur Verwendung kamen wie bei den Kugelversuchen. Bei den Versuchen mit den dünnsten Scheiben — Vers. 2, 15—26, 29—31 — dürfte er allerdings bei $\pm$ 2 Proz. liegen, da hier die Genauigkeit der Dickenmessung merklich geringer wird.

1) Nur dies Glied ist der Theorie für den Kugelwiderstand entnommen.

Im Prinzip anders verliefen alle Versuche von Nr. 16 bis 31. Bei ihnen war ein periodisches Schwingen um eine äquatoriale Achse zu bemerken. Diese Erscheinung war so ausgeprägt, daß leicht die Frequenz der Schwingung mit hinreichender Genauigkeit ermittelt werden konnte. Es geschah das in der Weise, daß auf dem Film alle Bilder ausgewählt wurden, auf denen die Scheibe die gleiche Orientierung gegen die Fallrichtung aufwies. Die zwischen zwei derartigen Bildern verstrichene Zeit stellte die Dauer einer einzigen Schwingung, deren reziproker Wert die Frequenz N dar. Bei Bestimmung der letzteren wurden je 2 bis 4 solcher Bildfolgen verwendet, bei deren jeder die Scheibe eine andere Orientierung besaß. Die Abweichung der so aus einem Versuch gewonnenen Werte für N vom Mittel betrug maximal 4 Proz.

In Tabelle IX sind die Werte für N neben denen für R, $\frac{Nd}{v}$, $\frac{\varrho_1}{\varrho_2}$, d u. $\frac{c}{d}$ zusammengestellt. Sie nehmen — gleiche kinematische Zähigkeit und Dichte vorausgesetzt — mit wachsendem Durchmesser ab.

Die ψ-Werte der letzterwähnten Versuche, die schon in Tab. VII angeführt sind, wurden in Fig. 5

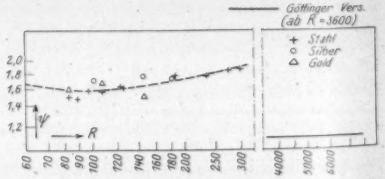


Fig. 5.

in Abhängigkeit von R in logarithmisch geteilte Koordinatenachsen eingezeichnet. Wie nicht anders zu erwarten, wirken die Schwingungen widerstanderhöhend. Die Widerstandskurve biegt bei der Reynoldsschen Zahl ~ 80 in annähernd wagerechter Richtung ab, um später um ein geringes zu steigen. Die Versuchswerte streuen hier außerordentlich stark, eine Erscheinung, die

Tabelle IX.

Nr.	R	N	$\frac{Nd}{v}$	$\frac{\varrho_1}{\varrho_2}$	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{c}{d}$
16	83,13	3,459	0,2747	6,970	0,5076	0,0103
17	88,16	3,081	0,2702	6,970	0,5493	0,00910
18	96,40	3,036	0,2875	6,970	0,5968	0,00855
19	108,0	2,687	0,3087	6,970	0,6960	0,00732
20	123,8	10,35	0,3184	7,688	0,1948	0,0256
21	125,5	10,46	0,3196	7,688	0,1955	0,0255
22	186,0	7,811	0,3912	7,688	0,3045	0,0164
23	237,6	6,834	0,4367	7,688	0,3887	0,0128
24	273,8	6,171	0,4723	7,688	0,4566	0,0109
25	299,8	5,592	0,4841	7,688	0,5079	0,00964
26	100,4	3,940	0,2704	9,434	0,5243	0,0114
27	145,1	7,505	0,3022	9,416	0,4055	0,0266
28	182,8	6,592	0,3313	9,416	0,5087	0,0214
29	83,85	8,992	0,2536	17,37	0,3071	0,0188
30	108,2	6,939	0,2665	17,37	0,4072	0,0141
31	147,3	5,554	0,2620	17,37	0,5266	0,0109

bei Kugelversuchen[1]) in der Nähe des R-Wertes 1000 festgestellt wurde.

Betrachtet man die beiden Widerstandskurven, so muß man aus der Ähnlichkeit der Kurven-

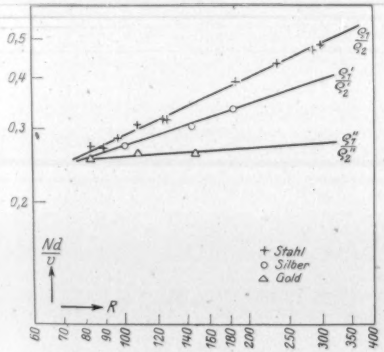


Fig. 6.

bilder an den Stellen starker Streuung schließen, daß die letztere nicht rein zufälliger Natur sei, sondern durch das Einsetzen einer neuen Strömungsform bedingt wird.

Interessant war es, die Abhängigkeit der Dimensionslosen $\frac{Nd}{v}$ von R zu untersuchen[2]). Sie ist in Fig. 6 graphisch dargestellt.

Da eine Theorie für dies Problem noch nicht vorliegt, können wir nur eine Dimensionsbetrachtung anstellen, aus der man schließen kann, daß das Dichteverhältnis $\frac{\varrho_1}{\varrho_2}$ als zweiter Parameter — neben R — für $\frac{Nd}{v}$ in Frage kommt, daß also

$$\frac{Nd}{v} = f\left[R, \frac{\varrho_1}{\varrho_2}\right].$$

Eine Bestätigung dieser Überlegung liefert Fig. 6, in der sich die Versuche mit Stahl-, Silber- und Goldplättchen in je einen Kurvenzug zusammenfassen lassen. $\left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2}, \frac{\varrho_1'}{\varrho_2'}, \frac{\varrho_1''}{\varrho_2''}\right)$.

Bemerkt sei, daß die Dimensionslose $\frac{Nd}{v}$ für das räumliche Problem nahezu dasselbe bedeutet, wie die in der Kármánschen Wirbelstraßentheorie[1]) auftretende Größe $\frac{h}{l}$ für die Ebene, wobei h der Abstand, l die Teilung der Wirbelreihen ist. Denkt man sich nämlich das System der Wirbelgebilde in der Schwingungsebene der Scheibe aufgeschnitten, so erhält man ein den Kármán-Rubachschen Aufnahmen ähnliches Bild. v. Kármán hat berechnet, daß das Verhältnis $\frac{h}{l}$ für stabile Wirbelanordnung hinter dem Versuchskörper den Wert 0,28 annimmt, ebene Strömung und quadratisches Widerstandsgesetz vorausgesetzt. Diese Theorie wurde durch Versuche an Zylinder und Platte bestätigt. Für den ersteren ergab sich der Wert $\frac{h}{l} = 0{,}28$, für die letztere der etwas höhere 0,30.

Es ist zu betonen, daß der sich aus unseren Scheibenversuchen ergebende Wert $\frac{Nd}{v} < \frac{h}{l}$ sein

1) H. Liebster, a. a. O.

2) Untersuchungen am Zylinder (zweidimensional) bei Relf, Phil. Mag. **42**, 173, 1921; Relf and Simmons, Phil. Mag. **49**, 509, 1925.

1) Th. v. Kármán, a. a. O.

muß, da einmal $d < h$ [1], zum anderen $\frac{v}{N} > l$ [2] ist. Berechnet man zum Vergleich den wirklichen Wert $\frac{h}{l}$, so tritt zu unserem Wert der Faktor $\frac{h}{d\left(1-\frac{u}{v}\right)}$.

Also ist $\frac{h}{l} = \frac{Nd}{v} \cdot \frac{h}{d\left(1-\frac{u}{v}\right)}$, wobei N die Frequenz, d den Scheibendurchmesser, h den Abstand der beiden Wirbelreihen, v die Geschwindigkeit der Scheibe, u die des Wirbelsystems bedeutet.

Angenommen u sei so klein, daß es vernachlässigt werden kann und das Verhältnis $\frac{h}{d} \sim 1{,}3$ [1], so ergeben unsere Versuche für $\frac{h}{l}$ Werte von 0,34 bis 0,62. Bedenkt man weiter, daß nur die ersten Wirbelpaare hinter dem Versuchskörper zur Messung von N verwendet werden konnten und nach der Annahme v. Kármáns[3] sich das Verhältnis $\frac{h}{l}$ in unmittelbarer Nähe des Körpers dem größeren Werte 0,36 nähert, so ist die Übereinstimmung unserer Zahlenwerte gegenüber dem ebenen Fall recht gut zu nennen.

Bemerkt sei noch, daß auch drei Versuche mit Aluminiumscheiben angestellt wurden. Die hierbei erzielten Ergebnisse entsprachen nicht den oben angestellten Betrachtungen. Die Werte lagen zwischen denen für Silber und denen für Stahl. Ob die Ursache für dies abweichende Verhalten in der schlechten Beschaffenheit der Scheiben[4] — die maximale Abweichung der bei einer Scheibe gemessenen Dicken betrug 8 Proz. — zu suchen ist, mag dahingestellt bleiben.

IV. Der Strömungsverlauf bei Kugel und Scheibe.

Bei beiden Arten von Versuchskörpern, sowohl Kugeln als auch Scheiben, kann die Strömung nur im Gebiet kleinster R-Werte streng stationär sein. Schon bei Reynoldsschen Zahlen von 0,5 hat Liebster[5] festgestellt, daß Geschwindigkeit und Richtung einer fallenden Kugel unperiodisch um einen Mittelwert schwanken. Aus dem unperiodischen Charakter schließt er, daß hinter der Kugel keine stabile Wirbelanordnung vorhanden sein kann.

Von uns in diesem Gebiet vorgenommene Strömungsaufnahmen (Fig. 7 und 8) zeigen hinter der Scheibe eine spiralig eingerollte Trennungsfläche, hinter der Kugel ein ringförmiges Wirbelgebilde. Beide haften, soweit unsere Beobachtungen reichen, an dem bewegten Körper. Abschwemmungen irgendwelcher Wirbelgebilde konnten bei Scheiben bis $R \sim 80$, bei Kugeln bis $R \sim 500$ nie festgestellt werden. Es besteht immerhin die Möglichkeit, daß auch in diesem Gebiet eine solche stattfindet, deren Periode aber so groß ist, daß sie auf der verhältnismäßig kurzen Versuchsstrecke nie in Erscheinung treten konnte.

Fig. 7 stellt einen Versuch dar, der zur besseren Sichtbarmachung der Strömung mit einer Aluminiumscheibe von 3 cm Durchmesser und 0,1 cm Dicke, die ohne Schwingung fiel, ausgeführt wurde. Der ermittelte R-Wert beträgt 48,6. Fig. 7 und alle folgenden Strömungsaufnahmen sind, mit Ausnahme der Fig. 11 bis 16, 3- bis $4\frac{1}{2}$fach vergrößerte Filmbilder. Fig. 8a bis 8c zeigen die Strömung nach einer fallenden Aluminiumkugel — $R = 100$ — von 0,597 cm Durchmesser.

Nach v. Kármán[1] erfolgt bei wachsender Kennzahl zunächst Übergang in eine nichtstationäre Wirbelströmung mit regelmäßiger Periodizität. Es wäre dies das Gebiet der Wirbelstraßen, bzw. des nahezu quadratischen Widerstandsgesetzes mit „großen Koeffizienten". Es scheint bei der Scheibe bei dem R-Werte von ~ 80, bei der Kugel, gefolgert aus dem nahezu wagerechten Abbiegen der Widerstandskurve bei dem R-Werte von ~ 1000 allmählich einzusetzen. Messungen der Geschwindigkeit von Bild zu Bild und Strömungsaufnahmen bestätigen die Behauptung zunächst bzw. der Strömungsvorgänge hinter der Scheibe. Eine solche Meßreihe der Geschwindigkeit ist in Fig. 9 graphisch dargestellt[2]. Die letztere schwankt hier offensichtlich periodisch um einen Mittelwert, was mit Sicherheit auch auf einen periodischen Strömungsvorgang hindeutet. Die Orientierung der fallenden Scheibe ist rechts von der Kurve angedeutet. Da die v-Werte untereinander Abweichungen bis zu 30 Proz. aufweisen, der maximale Fehler der Geschwindigkeitsbestimmung aber höchstens 4 Proz. betragen kann, darf die Realität der Periode wohl als garantiert angesehen werden.

Strömungsaufnahmen in diesem Gebiet lassen es noch deutlicher werden, daß es sich wirklich um die Ausbildung von Wirbelstraßen handelt. Über die Beschaffenheit der abgeschwemmten

1) Deutlich aus den Abbildungen zu entnehmen.

2) $l = \frac{v-u}{N}$, wobei u die Geschwindigkeit des Wirbelsystems bedeutet. u ist bei allen Versuchen sehr klein. Die auf den Fig. zu bemerkende Bewegung dürfte in der Hauptsache durch die Schwere der Farbkörner hervorgerufen worden sein.

3) Th. v. Kármán u. H. Rubach, a. a. O.

4) Infolge von Deformationen beim Stanzen.

5) H. Liebster, a. a. O.

1) Th. v. Kármán, a. a. O., siehe auch Abh. aus d. Aerodyn. Inst. a. d. Techn. Hochsch. Aachen, Heft 4, 26, 1925.

2) Es handelt sich um Versuch 19 (Tab. VII).

Fig. 15.

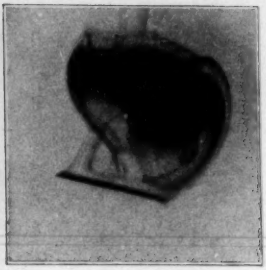


Fig. 16.

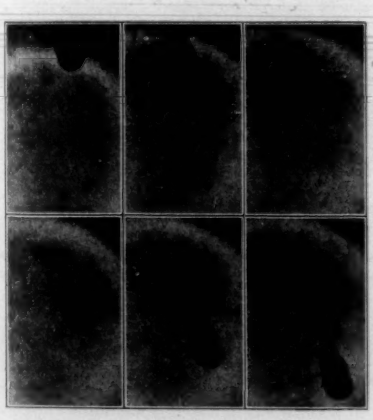


Fig. 17 a—f.

Fig. 19a u. b.

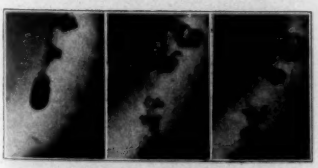


Fig. 18a, b u. c.

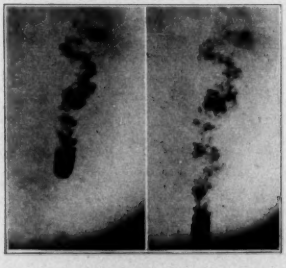


Fig. 20a u. b.

Wirbelgebilde, aus denen sich die Wirbelstraßen zusammensetzen, geben die Fig. 10a bis 10e und 11 bis 16 Auskunft. Die in zwei Reihen angeordneten deutlich sichtbaren Gebilde sind offenbar mit „Anfahrwirbeln" im Sinne der Prandtlschen

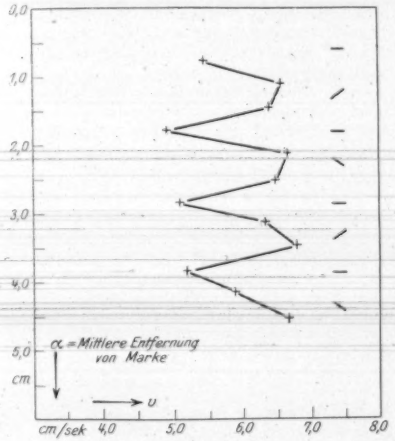
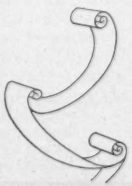


Fig. 9.

Tragflügeltheorie zu vergleichen. Die Bewegung der Scheibe entspricht nämlich der einer Tragfläche mit dauernd und regelmäßig zwischen positiven und negativen Werten wechselndem Anstellwinkel. Jedem Übergang von positiven zu negativen Werten muß ein neuer „Anfahrwirbel" entsprechen. Als solche Anfahrwirbel fassen wir die auf den Fig. sichtbaren und in zwei Reihen angeordneten Gebilde auf, von denen also die eine Reihe Wirbeln mit einem Drehsinn, die andere solchen mit entgegengesetztem entsprechen müssen. Der hiermit verbundene Quertrieb macht sich in dem Auftreten einer periodisch schwankenden Seitenbewegung geltend. Will man noch den aus den Bildern ersichtlichen Zusammenhang der aufeinanderfolgenden Wirbelgebilde erklären, so hat man diese nur als aufeinanderfolgende Einrollungen eines Wirbelbandes zu deuten. Dies ist ja wohl überhaupt ganz allgemein das Bild, das man sich von der Entstehung einer Straße diskreter Wirbelgebilde zu machen hat.



Ein Gesamtbild der Strömung hinter der Scheibe hat man sich nach dem oben Gesagten etwa in folgender Weise zu denken:

Die Kinematik der Scheibe zeigt nach vorstehendem Schema eine gewisse Verwandtschaft mit einer Tragfläche, die mit Sturzflug beginnend, allmählich in horizontale Bewegung übergeht, dann infolge ihrer lebendigen Kraft mit bis zu o abnehmender Geschwindigkeit ansteigt, dann rückwärts dieselbe Bewegung vollführt usw.

Fig. 10a bis 10e sind Vergrößerungen von fünf aufeinanderfolgenden Filmbildern, die den Verlauf einer halben Schwingung wiedergeben. Der zugehörige R-Wert beträgt 199. Fig. 11 bis 16 sind photographische Aufnahmen[1]) in diesem Gebiet, bei denen eine Bestimmung von R nicht möglich war. Bei Fig. 15 und 16 handelt es sich um große Scheiben, die in sehr zähen Medien fielen und bei denen infolgedessen N sehr klein war. Es liegt in der Natur der Sache begründet, daß die vorliegenden Aufnahmen nicht derartig scharf ausgefallen sind, wie etwa die ebener Wirbelstraßen von H. Ermisch[2]).

War die weiter oben ausgesprochene Vermutung richtig, daß die Strömungsform bei Scheiben und Kugeln an Stellen großer Streuung der ψ-Werte entsprechend sein müsse, so mußten Strömungsaufnahmen hinter Kugeln bei R-Werten von $\sim$ 1000 ähnliche periodische Strömungserscheinungen aufweisen.

Es ist schon F. S. Schmidt gelungen, zu zeigen, daß sich bei Reynoldsschen Zahlen über 1000 bei Beginn der Bewegung von der Kugel ein einziger Wirbelring ablöste. Es war aber bisher weder eine Folge von Wirbeln, noch weniger eine Periodizität beobachtet worden. Fig. 17a bis 17f zeigen periodische Abschwemmungen von Wirbelringen bei $R = 690$, Fig. 18a bis 18c solche — allerdings nicht in so regelmäßiger Folge — bei $R = 955$. Der durch Fig. 17 dargestellte Versuch wurde mit einer Quarzkugel von 1,532 cm Durchmesser, der in Fig. 18 dagegen mit einer Aluminiumkugel von 0,597 cm Durchmesser ausgeführt. Bei dem letztgenannten Versuch war die Belichtungszeit trotz schnellsten Filmens mit kleinstem Sektor noch zu groß, so daß die Kugel auf dem Bild granatenförmig erscheint.

Fig. 19a und 19b lassen die oben angeführte Behauptung F. S. Schmidts verständlich erscheinen. Auch bei ihnen ist nur ein einziger Wirbelring zu sehen.

Endlich zeigen die Fig. 20a und 20b auch bei einem R-Wert von 3400 noch derartige, allerdings wenig periodische Erscheinungen. Wie aus den Bildern hervorgeht, fielen die Kugeln in den meisten Fällen nicht senkrecht; teilweise wich die Fallbahn sogar sehr stark vom Lot ab, obwohl

1) Aufnahmeapparat Zeiss-Tessar 1:6,3; f = 21 cm.

2) H. Ermisch, Abh. aus dem Aerodyn. Inst. a. d. Tech. Hochsch. Aachen, Heft 6, 1927.

die Beschaffenheit der Kugel einwandfrei und in der Flüssigkeit vor Versuchsbeginn keine Strömung zu beobachten war. Auch bei den Kugelversuchen wurde, um einen Vergleichspunkt zu haben, die Dimensionslose $\frac{Nd}{v}$ festgestellt. Sie wurde bei $R = 690$ (Fig. 17) zu 0,327, bei $R = 955$ (Fig. 18) zu 0,389 ermittelt. Die Werte stimmen gut mit den bei den Scheibenversuchen gefundenen überein.

Die Sichtbarmachung der Strömung erfolgte in allen Fällen durch roten Farbstoff. Bei Kugeln und sehr kleinen Scheiben wurde hierzu Eosin (Tetrabromfluoresceïn) verwendet, das sich außerordentlich schnell und gut in wässerigen Flüssigkeiten löst. Die Versuchskörper wurden in diesem Falle mit einer dünnen Eosinschicht überzogen. Das Mißliche dabei war ein sehr großer Verbrauch an Glyzerin, da dieses nach einem Versuch wegen intensiver Rotfärbung unbrauchbar geworden war. Bei Versuchen mit größeren Scheiben konnte diesem Übelstand dadurch abgeholfen werden, daß die Glyzerinlösung mit einer alkoholischen Lösung von Phenolphtalëin versetzt wurde. Bei Versuchsbeginn wurden auf die Mitte der Glyzerin-Oberfläche einige Tropfen Kalilauge gebracht, die — bei der Fallbewegung in winzigen Mengen mitgerissen — beim Passieren der Scheibe durch das Medium infolge der basischen Reaktion eine schöne Rotfärbung hinterließen. War der Versuch zu Ende, genügten einige Tropfen Schwefelsäure, um die rote Farbe zu beseitigen und das Glyzerin wieder gebrauchsfertig zu machen. Es mußte allerdings vor jedem Versuch eine neue Zähigkeitsmessung vorgenommen werden.

Zusammenfassung.

1. Es wurde der Widerstand von Kugeln bei gleichförmiger Translation längs der Achse eines mit zäher Flüssigkeit gefüllten Zylinders im Bereich kleiner R-Werte experimentell festgelegt, mit Hilfe der Theorien von Ladenburg und Faxén über den Einfluß der Gefäßwände auf unendliches Medium umgerechnet und mit den Theorien von Stokes bzw. Oseen verglichen. Dabei zeigte sich, daß die Oseensche Theorie besser mit dem Experiment übereinstimmte als die Stokessche.

2. Ein Einfluß des Bodens konnte experimentell festgestellt werden. Er wird im Prinzip von der Lorentzschen Theorie richtig wiedergegeben. Die Unterschiede zwischen letzterer und der Ladenburgschen Rechnung über den Boden- und Deckeneinfluß sind bei vorliegenden Versuchen so klein, daß sie innerhalb der Meßgenauigkeit liegen.

3. Es wurde der Widerstand von dünnen kreisförmigen Scheiben, die sich breitseit unter denselben Bedingungen wie die Kugel bewegten, im Bereich der R-Werte von 0,4 bis 300 festgelegt. Die graphisch interpolierte experimentelle Kurve zeigt einen stetigen Verlauf. Im Gebiet kleiner Reynoldsscher Zahlen stimmen wiederum die Versuchswerte besser mit der Oseenschen als mit der, der Stokesschen analogen, Oberbeckschen Theorie überein.

4. Im Bereich der R-Werte von 80 bis 300 führten die Scheiben bei ihrer Bewegung regelmäßige Schwingungen aus, deren Frequenz gemessen werden konnte. Die berechnete Dimensionslose $\frac{Nd}{v}$ lag in jedem Falle zwischen den Werten 0,25 und 0,48. Sie scheint, wie zu erwarten, nicht allein eine Funktion von R, sondern auch vom Dichteverhältnis $\frac{\varrho_1}{\varrho_2}$ zu sein.

5. Wie Strömungsaufnahmen zeigen, bilden sich bei kleineren R-Werten am Versuchskörper haftende Wirbelgebilde aus. Ab $R \sim 80$ für die Scheibe und $R \sim 1000$ für die Kugel setzt Wirbelstraßenbildung ein.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Professor Dr. Schiller für die Anregung zu dieser Arbeit und seinen ständigen wertvollen Rat, durch den er ihren Fortgang wesentlich förderte, meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

An dieser Stelle sei auch des verstorbenen Herrn Geheimrates Professor Dr. Wiener dankbarst gedacht.

(Eingegangen 13. Juni 1928.)

Das neue Kältelaboratorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin[1].

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Von Walther Meißner.

Seit dem Jahre 1913 wird in der Reichsanstalt mit flüssigem Wasserstoff gearbeitet[2]). 1923 wurde die ursprüngliche kleine Wasserstoffverflüssigungsanlage, bei der man einen Nernstschen Verflüssiger für $^1/_2$ l flüssigen Wasserstoff/Std. benutzte, durch eine größere Anlage für 5 l Flüssigkeit/Std. ersetzt. Mit Hilfe der so zur Verfügung stehenden größeren Mengen flüssigen

1) Eine bis auf redaktionelle Änderungen gleiche Mitteilung enthält die Z. d. V. D. I. **72**, 1069, 1928.

2) W. Meißner, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 540, 1913.

Wasserstoffs, die auch in andern Laboratorien der Reichsanstalt und von wissenschaftlichen Gästen ausgenutzt wurden, gelang 1925[1]) die Einrichtung einer Heliumflüssigungsanlage, sodaß seitdem auch Messungen im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums bis herunter zu 1,2° abs., angestellt werden konnten[2]), die vorher nur in Leiden und Toronto (Kanada) möglich waren.

Die Wasserstoff- und Heliumverflüssigungsanlagen waren zunächst in behelfsmäßigen Räumen untergebracht, die sehr klein und auch besonders hinsichtlich der Sicherheitsmaßnahmen unzulänglich waren.

Im Laufe des Jahres 1927 ist nunmehr ein neuerbautes Kältelaboratorium[3]) in Betrieb genommen worden, in dem auch eine Anlage für 20 l flüssigen Stickstoff/Std. aufgestellt wurde. Auch ist die neue Wasserstoffverflüssigungsanlage für 10 l statt 5 l/Std. eingerichtet, während die Heliumverflüssigungsanlage wesentlich unverändert überführt wurde.

1. Allgemeines.

In Fig. 1 ist das Kältelaboratorium im Grundriß dargestellt, Fig. 2 gibt die Ansicht desselben.

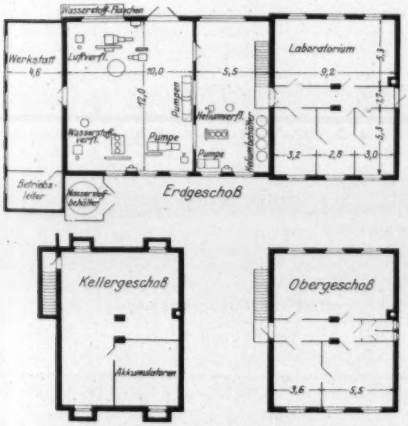


Fig. 1. Grundriß des Kältelaboratoriums.

Das Kältelaboratorium enthält danach:

1. Ein Werkstattsgebäude mit einem Zeichen- und Büroraum für den Betriebsleiter.

2. Einen großen Maschinenraum, in dem die Anlage zur Gewinnung von flüssigem Stickstoff, die Wasserstoffverflüssigungsanlage sowie Va-

Fig. 2. Ansicht des Kältelaboratoriums.

kuumpumpen zum Abpumpen von Wasserstoffdampf aufgestellt sind.

3. Zwei kleine Anbauten für einen Wasserstoffbehälter mit einem Fassungsvermögen bis zu 10 m³ und für Stahlflaschen mit komprimiertem Wasserstoff.

4. Einen kleinen Maschinenraum, in dem die Heliumverflüssigungsanlage aufgestellt ist.

5. Ein zweistöckiges, unterkellertes Gebäude mit Büro- und Laboratoriumsräumen. Ober- und Kellergeschoß sind durch Treppen mit dem Heliumverflüssigungsraum verbunden. Im Kellergeschoß befindet sich hauptsächlich ein Akkumulatorenraum und eine Heizungsanlage. Vom Keller aus führt ein begehbarer Schacht zum Hauptgebäude und zum Starkstromgebäude der Reichsanstalt. Durch diesen Schacht laufen Heizungsrohre und elektrische Kabel. Das zweite Stockwerk mit 4 Räumen ist besonders auch zur Aufnahme von wissenschaftlichen Gästen, die Versuche bei tiefsten Temperaturen ausführen wollen, bestimmt.

Mit Rücksicht auf die umfangreichen Arbeiten mit flüssigem Wasserstoff sind im Laboratorium besondere Sicherheitsmaßregeln getroffen. Allerdings ist dabei nicht in allen Punkten so weit gegangen, wie bei der von Lilienfeld[1]) beschriebenen Wasserstoffverflüssigungsanlage in Leipzig, bei der in Anlehnung an die Einrichtungen im Leidener-Kältelaboratorium[2]) die Elek-

1) W. Meißner, Naturwissenschaften **13**, 695. 1925.
2) W. Meißner, Physik. Zeitschr. **26**, 689, 1925; Zeitschr. f. Phys. **38**, 647, 1926; Physik. Zeitschr. **27**, 725, 1926; Zeitschr. f. d. ges. Kälte-Ind. **34**, 197, 1927.
3) Vgl. auch: W. Meißner, V.D.I.-Nachrichten Nr. 50, 1927; in dieser Notiz sind auch 3 Abbildungen der Maschinenanlagen enthalten. Ferner ist in ihr auf die geschichtliche Entwicklung der Wasserstoff- und Heliumverflüssigung eingegangen, die wesentlich mit den Namen Dewar, Nernst, Kamerlingh Onnes verknüpft ist.

1) J. E. Lilienfeld, Zeitschr. f. kompr. u. flüss. Gase **13**, 165 u. 185, 1911.
2) H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden Nr. 94 f., 1906.

tromotore wegen der an ihnen auftretenden Funken in einem besonderen Raum laufen, aus dem nur die Achsen herausführen.

Diese Anordnungsweise wäre bei den vielen anzutreibenden Maschinen des Laboratoriums auf Schwierigkeiten gestoßen; ferner bietet sie auch keine absolute Sicherheit gegen Entzündung von Wasserstoff; auch ohne Gegenwart von Feuer oder Funken entzündet sich der Wasserstoff von selbst, wenn er unter Druck aus Undichtigkeiten ausströmt und geringe Beimengungen von Wasser oder festen Teilchen (z. B. Eisenoxyd) enthält. Dies beruht auf elektrischer Aufladung der festen oder flüssigen Teilchen und Funkenbildung[1]). Plötzliches Ausströmen von Wasserstoff kann hervorgerufen werden durch plötzliches Freiwerden des verstopften Expansionsventils und Springen des Gefäßes mit flüssigem Wasserstoff, wobei infolge der plötzlichen Verdampfung des Wasserstoffes großer Druck auftreten kann.

Außerdem kann man das Auftreten von Funken an den Motoren fast ganz vermeiden: In den Maschinenräumen wurden nur Drehstrommotore mit Schleifringankern, an denen nur etwa 100 Volt Spannung liegt, verwendet. Die Hauptschalter zum Einschalten des Feldes, das mit 500 Volt Drehstrom erregt wird, befindet sich nicht in den Maschinenräumen, sondern auf einer Schalttafel in der Werkstatt, so daß auch beim plötzlichen Ausschalten der Motore keine Funken in den Maschinenräumen auftreten. Funken an den Riemengetrieben, die bei Verwendung von hölzernen Riemenscheiben stark entstehen, wenn man nicht die Riemen durch Einreiben mit Graphit-Fettmischung leitend macht, wurden durch Verwendung von eisernen Riemenscheiben völlig vermieden.

Vor allem aber ist in den Maschinenräumen für eine kräftige Lüftung gesorgt: Dicht über dem Fußboden wird im großen Maschinenraum an zwei Stellen, im kleinen an einer Stelle durch Öffnungen in der Mauer von außen Frischluft angesaugt und in die Räume hineingedrückt; diese Luft entweicht oben im Dachaufsatz durch die in Fig. 2 sichtbaren Ventilationsklappen, so daß stündlich viermalige Lufterneuerung in den mehr als 7 m hohen Maschinenräumen stattfindet. Im Winter wird die von außen angesaugte Luft über Dampfheizkörper geleitet und dient dann gleichzeitig zur Heizung der Maschinenräume. Wird nicht mit Wasserstoff gearbeitet, so können die Luftheizapparate, die von der Firma Danneberg & Quandt, Berlin, geliefert wurden, von Frischluft auf Umluft umgestellt werden, so daß die Luft nicht von außen, sondern aus den Räumen angesaugt und an Dampf gespart wird. Durch die geschilderte Art der Lüftung wird die an sich durch den Auftrieb vorhandene Aufwärtsbewegung etwa ausströmenden Wasserstoffs begünstigt. Etwa an den Motoren dicht am Fußboden auftretende kleine Funken können also auch bei Wasserstoffausströmung wegen der Lüftung sehr schwer wirksam werden.

Aus Gründen der Sicherheit sind der Wasserstoffbehälter für 10 m³, sowie die Stahlflaschen mit komprimiertem Wasserstoff in besonderen Anbauten untergebracht, die aus den Fig. 1 und 2 zu ersehen sind. Von diesen Anbauten aus führen Leitungen durch Öffnungen in den Mauern zu den Verflüssigungsanlagen.

Für den Fall aber, daß wider Erwarten doch einmal eine kleine Wasserstoffexplosion stattfinden sollte, sind noch folgende Sicherungen getroffen: Die Eingangstüren zum Maschinenraum und zum Laboratoriumsgebäude sind nicht verriegelt, sondern werden nur durch Kugelschnepper, also nur durch Federdruck gehalten, so daß sie sich bei geringem inneren Überdruck nach außen öffnen und als Sicherheitsventile wirken. Auch sind die Verbindungstüren zwischen Maschinenräumen, Werkstatt und Laboratoriumsgebäude als Pendeltüren ausgebildet. Ferner sind die aus Fig. 2 ersichtlichen Ventilationsklappen im Dachaufsatz so angeordnet, daß sie nicht durch die Zugseile, die zum Öffnen dienen, sondern nur durch ihr Gewicht geschlossen gehalten werden und sich also bei innerem Überdruck ebenfalls leicht öffnen. Schließlich ist noch das leichte Dach des Dachaufsatzes nur so lose befestigt, daß es sich bei etwas größerem Überdruck als ganzes leicht abheben kann.

Im folgenden sind die Einrichtungen des Kältelaboratoriums im einzelnen beschrieben.

2. Anlage zur Erzeugung von flüssigem Stickstoff und flüssigem Sauerstoff.

Das Schema der von der Linde-Gesellschaft unter Heranziehung der Heylandt-Gesellschaft entsprechend den Wünschen der Reichsanstalt gelieferten Anlage ist aus Fig. 3 zu ersehen:

Die Luft wird bei 1 über ein Staubfilter St angesaugt und von dem vierstufigen Kompressor K für 110 m³ Ansaugleistung/Std. auf 200 at komprimiert. An den Zwischenkühlern zwischen den einzelnen Stufen sind Abscheider A_1 bis A_3 für Wasser und Öl angebracht, hinter der letzten Stufe ferner ein Abscheider A_4, sowie ein Ätzkalirohr T zur Beseitigung der Kohlensäure und der Feuchtigkeitsreste. Bei 2 wird die komprimierte Luft verschiedene Wege geleitet, je nachdem man flüssigen Stickstoff oder flüssigen Sauerstoff herstellen will.

1) Vgl. z. B. Nusselt, Zeitschr. d. V. D. Ing. **66**, 203, 1922; Pothmann, ebenda **66**, 938, 1922.

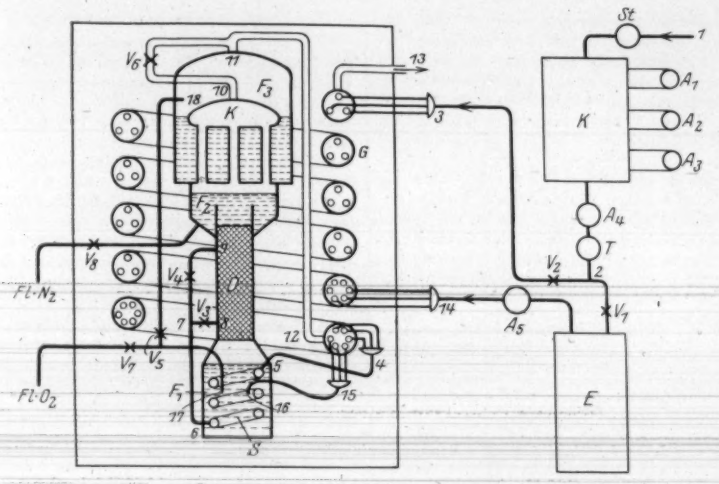


Fig. 3. Schema der Anlage zur Verflüssigung von Stickstoff und Sauerstoff.

a) Stickstoffgewinnung.

Ventil V_1 wird geöffnet, und etwa die Hälfte der Druckluft wird durch entsprechendes Einregulieren des gesteuerten Einlaßventils in die Heylandtsche Expansionsmaschine E geleitet, in welcher sie von 200 auf etwa 3 at Überdruck unter Leistung äußerer Arbeit expandiert und sich dabei von Zimmertemperatur auf etwa — 115° C abkühlt. Die Leistung der Expansionsmaschine — im vorliegenden Fall etwa 5 P.S. — wird durch Riementrieb auf den Kompressor übertragen. Der Kolben der Heylandtschen Expansionsmaschine ist durch Kolbenringe gedichtet und die Schmierung erfolgt mit gewöhnlichem Maschinenöl. Dies ist möglich, weil nur der vordere Teil des Zylinders, an dem sich das Auslaßventil befindet, kalt wird. Die auf etwa 3 at expandierte Luft geht durch einen Ölabscheider A_5 und tritt bei 14 in den Gegenströmer G des Rektifikationsapparats ein.

Der andere Teil der Druckluft geht von 2 durch das geöffnete Ventil V_2 nach 3 und tritt dort mit vollem Druck, also 200 at in den Gegenströmer G ein. Der der Rektifikationssäule nicht flüssig entnommene Teil, der bei 3 und 14 eintretenden Luft — beim Arbeiten auf flüssigen Stickstoff etwa $^4/_5$ — entweicht bei 13 mit einer zwischen 0° C und Zimmertemperatur liegenden Temperatur unter etwa 1 at Druck ins Freie.

Die Vorgänge im Rektifikationsapparat sind folgende: Die in der Expansionsmaschine auf etwa 3 at entspannte Luft, die bei 14 in den Gegenströmer G eintritt, durchläuft den unterhalb 14 liegenden Teil desselben, tritt bei 15 aus ihm aus und bei 16 in das unterste Gefäß F_1 der Drucksäule D, in der also etwa 3 at Druck herrschen. Der andere Teil der Druckluft, der bei 3 in den Gegenströmer eintritt, durchläuft den gesamten Gegenströmer, tritt bei 4 aus ihm aus, sodann bei 5 in das schraubenförmig gewundene Rohr S ein, das im Gefäß F_1 im Beharrungszustand von sauerstoffreicher Luft umgeben ist, wobei sich die Druckluft verflüssigt. Im Falle der Stickstoffgewinnung wird diese flüssige Luft sodann durch Ventil V_3 (Ventil V_4 bleibt geschlossen) auf etwa 3 at entspannt und bei 8 in die Drucksäule geleitet. Bei der Drosselentspannung im V_3 tritt Kälteleistung auf. Vor Eintritt des Beharrungszustandes, d. h. bevor sich in F_1 flüssige Luft angesammelt hat, kühlt sich die Luft beim Entspannen im V_3 ab, bis allmählich flüssige Luft gebildet wird. Von der in F_1 angesammelten Luft wird ein Teil an den Wandungen von S verdampft und steigt als Dampf in der Drucksäule D aufwärts. Ein anderer Teil wird bei 17 in ein Rohr geleitet, im Ventil V_5 (V_7 bleibt geschlossen) auf 1 at entspannt und bei 18 in das Gefäß F_3 gegeben, in dem 1 at Druck herrscht. Diese flüssige sauerstoffreiche Luft umspült die Rohre des Kondensators K, der zur Drucksäule D gehört. In den Kondensatorrohren werden die in D

aufsteigenden Luftdämpfe, sowie sie oben anlangen, verflüssigt, da ihr Kondensationspunkt unter 3 at Überdruck höher liegt als die Temperatur der unter 1 at abs. Druck befindlichen, die Kondensatorrohre kühlenden sauerstoffreichen Luft. Die in K kondensierte Flüssigkeit rieselt über die Füllung von D langsam nach unten und wäscht dabei aus den aus F_1 aufsteigenden Dämpfen den Sauerstoff aus, der also nach F_1 abfließt, während die aufsteigenden Dämpfe zufolge der Verdampfung des Stickstoffs der herabrieselnden Flüssigkeit allmählich stickstoffreicher werden, so daß die im Kondensator kondensierten Dämpfe im Beharrungszustand nahezu aus reinem Stickstoff bestehen, während die in F_1 sich sammelnde und zum Teil nach F_3 geleitete Flüssigkeit sauerstoffreich ist. Von dem in F_2 sich sammelnden flüssigen Stickstoff, der zum größten Teil auf die Drucksäule überläuft, wird ein Teil, bei der vorliegenden Anlage etwa 20 l/Std., durch Ventil V_4 abgezapft.

Die in F_3 gebildeten Dämpfe ziehen bei 11 ab, treten bei 12 in das untere Ende des Gegenströmers ein, durchströmen ihn entgegen dem Lauf der komprimierten Luft und verlassen ihn bei 13 mit einer etwas unter Zimmertemperatur liegenden Temperatur.

Es ist prinzipiell bei Verwendung einer Expansionsmaschine auch bei vollkommen wirkenden Gegenströmern nicht möglich, daß die bei 13 austretende Luft genau die Temperatur der bei 3 eintretenden Druckluft hat, da ja in den Druckrohren nur etwa halb so viel Luft hinströmt wie in dem umgebenden Niederdruckrohr zurückströmt. Nach Hausen[1]) soll bei günstigster Verteilung der Druckluft auf Expansionsmaschine und Gegenströmer (55 Proz. Luft durch die Expansionsmaschine) und bei einer Temperatur von -115^0 C beim Austritt aus dem Expansionszylinder zwischen 13 und 3 eine Temperaturdifferenz von etwa 3^0 vorhanden sein. Praktisch wird diese Grenze nicht erreicht; die auftretende Temperaturdifferenz beträgt bei der vorliegenden Anlage etwa 15^0.

Der Stand der Flüssigkeiten in F_1, F_2 und F_3 kann an in Fig. 3 nicht gezeichneten Flüssigkeitsanzeigern (Hampsometern) abgelesen werden, und die Ventile V_3, V_5 und V_8 müssen so einreguliert werden, daß überall Druck und Flüssigkeitsstand konstant bleibt. Der so gewonnene flüssige Stickstoff enthält im Beharrungszustand nur etwa 3 Proz. Sauerstoff.

Vom Beginn der Expansion durch V_3 bis zur Bildung von Flüssigkeit in F_2 vergehen etwa 100 Minuten.

1) Hausen, Zeitschr. f. d. ges. Kälte-Ind. **32**, 117, 1925.

b) Sauerstoffgewinnung.

Hierbei muß die Expansionsmaschine ausgeschaltet werden, da bei ihrer Verwendung in F_1 Luft normaler Zusammensetzung geleitet, also ein großer Reinheitsgrad des flüssigen Sauerstoffs unmöglich gemacht wird. Es wird daher das Ventil V_1 geschlossen und die gesamte Druckluft nach 3 geleitet. Ferner braucht man bei der Sauerstoffgewinnung nicht 3 at Druck in der Drucksäule. Vielmehr wird das Ventil V_6 oberhalb des Kondensators K ganz geöffnet, so daß die oberhalb D abziehenden Dämpfe durch K nach 11 und 12 und weiter in den Gegenströmer eintreten. Die komprimierte und im Beharrungszustand in S verflüssigte Luft wird nicht durch V_3 nach 8 entspannt, sondern durch V_4 nach 9, so daß die flüssige Luft vom oberen Ende von D über die Füllung der Drucksäule nach unten rieselt, wobei infolge der von unten entgegenziehenden Sauerstoffdämpfe der Stickstoff der Luft fast ganz verdampft und durch flüssigen Sauerstoff ersetzt wird. Der Kondensator K und das Flüssigkeitsbad in F_3 kommen also bei der Herstellung von flüssigem Sauerstoff nicht zur Verwendung.

Von der in F_1 gebildeten Flüssigkeit kann so viel, daß der Flüssigkeitsstand konstant bleibt, durch Ventil V_7 nach außen abgelassen werden, bei der vorliegenden Anlage etwa 7 l/Std. Die gewonnene Flüssigkeit enthält nur etwa 3 Proz. Stickstoff.

Arbeitet man wie bei der Gewinnung von flüssigem Sauerstoff, entspannt aber nicht durch V_4 nach 9, sondern durch V_3 nach 8, so erhält man, da die Rektifikationssäule fast ganz ausgeschaltet ist, nicht flüssigen Sauerstoff, sondern flüssige Luft nahezu normaler Zusammensetzung. Man kann dann — ohne Druck in der Drucksäule — auch die Expansionsmaschine mitarbeiten lassen und erhält dann durch V_7 etwa 20 l/Std. etwas sauerstoffreiche Luft, was in manchen Fällen auch angenehm ist.

3. Wasserstoffverflüssigungsanlage.

In Fig. 4 ist die Anlage schematisch dargestellt. Ein wesentlicher Unterschied gegenüber der Anlage für flüssigen Stickstoff besteht darin, daß ein vollständig geschlossener Wasserstoffkreislauf vorhanden ist, und daß der Wasserstoff mit flüssigem Stickstoff vorgekühlt wird. Seine Verflüssigung erfolgt dann wieder nach dem Lindeschen Verfahren.

Der Wasserstoff wird Stahlflaschen F_1, die sich, wie bereits oben erwähnt, in einem besonderen Anbau befinden, entnommen und mit Hilfe des fein einstellbaren Spitzenventils V_3 bei geschlossenem Ventil V_5 bei o in den Kompressor K und bei geöffnetem Ventil V_4 in den

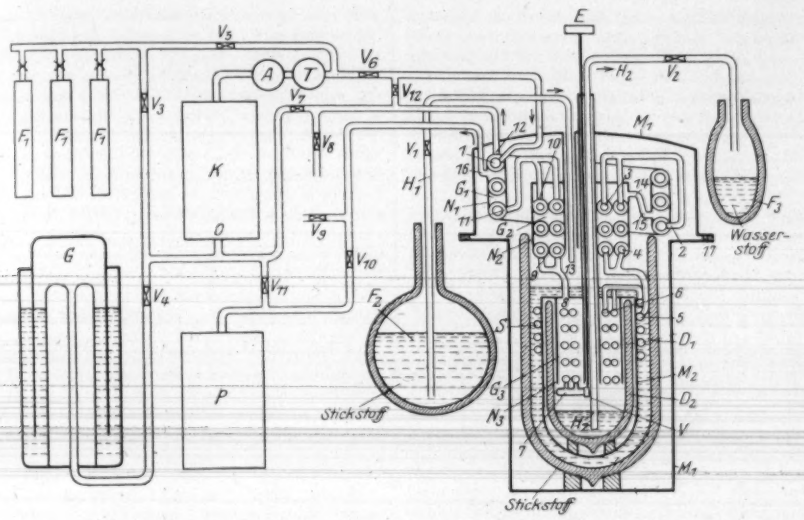


Fig. 4. Schema der Wasserstoffverflüssigungsanlage.

Gasbehälter G, der sich ebenfalls in einem besonderen Anbau befindet, eingelassen. Nach Kompression auf etwa 175 at durchläuft er bei geöffnetem Ventil V_6 einen Ölabscheider A, ein (mit Ätzkali gefülltes) Trockenrohr T und tritt bei 1 in den eigentlichen Verflüssigungsapparat ein, auf den weiter unten näher eingegangen ist. Der auf 1 at entspannte und nicht verflüssigte Teil des Wasserstoffs verläßt den Verflüssiger mit Zimmertemperatur bei 12 und strömt nach O zurück, um wieder von neuem komprimiert zu werden. Der zur Vorkühlung dienende flüssige Stickstoff wird aus der Vakuummantelflasche F_2 mit Hilfe des Vakuummantelhebers H_1 zugeführt. Der verdampfte Stickstoff verläßt nach Durchströmen von Gegenströmern den Verflüssiger bei 16, und zwar nahezu mit Zimmertemperatur und unter einem Druck von nur wenigen Zentimetern Quecksilbersäule; er wird nämlich mit Hilfe der großen Vakuumpumpe P abgesaugt. Da der flüssige Stickstoff hiernach unter starkem Unterdruck siedet und demgemäß aus F_2 durch H_1 hindurch angesaugt wird, kann sein Zufluß durch Einstellen des in den Heber H_1 eingeschalteten Hahnes V_1 einreguliert werden. Der bei 7 verflüssigte Wasserstoff wird durch den Vakuummantelheber H_2 in Vorratsflaschen F_3 abgelassen. Da der Wasserstoff bei 7 einige Zehntel Atmosphären Überdruck hat, braucht zum Ablassen des flüssigen Wasserstoffs nur der Hahn V_2, der in den Heber H_2 eingeschaltet ist, geöffnet zu werden.

Dadurch, daß der Gasbehälter G angeschlossen ist, wird der Druck in der Niederdruckleitung automatisch konstant gehalten. Man braucht nur ab und zu durch vorsichtiges Öffnen des Ventils V_3 so viel Wasserstoff, wie verflüssigt worden ist, in den Gasbehälter einzulassen. — Vor Inbetriebnahme kann die ganze Apparatur bei geschlossenen Ventilen V_4 und V_{10} durch Öffnen von V_{11} mit der Pumpe P evakuiert werden. Außerdem kann sie noch bei geschlossenem Ventil V_7 und geöffnetem Ventil V_8 (von V_8 führt eine Leitung ins Freie) mit Wasserstoff ausgespült werden. Falls V_{10} geschlossen ist, wird V_9 geöffnet, so daß der verdampfende Stickstoff unter 1 at Druck ins Freie strömt. Nach Schluß der Verflüssigung kann der Wasserstoff bei geschlossenem Ventil V_6 und geöffnetem Ventil V_5 aus den Gasbehältern G usw. mit dem Kompressor in die Flaschen F_1 zurückgedrückt werden. Der Gasbehälter enthält als Sperrflüssigkeit Öl. Nach besonderen Versuchen, die angestellt wurden, ist die Diffusionsgeschwindigkeit durch das verwendete Öl so gering, daß bei tief eintauchender Glocke auch in einigen Tagen nur eine zu vernachlässigende Verunreinigung des Wasserstoffs durch Luft eintritt.

Der eigentliche Verflüssigungsapparat besitzt drei Gegenströmer G_1, G_2, G_3, die sämtlich

schraubenförmig um die Achse des ganzen Apparates laufen. Am unteren Ende von G_3 findet bei 7 im Drosselventil V die Entspannung des komprimierten Wasserstoffs statt. Der oberste Gegenströmer G_1 besteht aus zwei ineinandergesteckten Rohren. Durch das innere Rohr (in Wirklichkeit werden mehrere parallel geschaltete innere Rohre verwendet) fließt der komprimierte Wasserstoff nach unten, im Zwischenraum zwischen den Rohren der entspannte Wasserstoff nach oben. Über die schraubenförmigen Rohrwandungen ist ein Neusilbermantel N_1 gelötet; in dem so geschlossenen Zwischenraum zwischen den Wasserstoffniederdruckrohren strömt verdampfter Stickstoff nach oben. Der zweite Gegenströmer G_2 ist ähnlich angeordnet, nur daß mehrere Wasserstoffniederdruckrohre parallel geschaltet sind. Auch G_2 besitzt einen Neusilbermantel N_2, innerhalb dessen der verdampfte Stickstoff schraubenförmig nach oben strömt. Der unterste Gegenströmer G_3 wird nur von Wasserstoff, nicht von Stickstoff durchflossen. Der komprimierte Wasserstoff durchströmt die parallel geschalteten schraubenförmigen Rohrwindungen von oben nach unten. Der Zwischenraum zwischen den Rohrwindungen ist durch den Neusilbermantel N_3 abgeschlossen; in ihm strömt der bei 7 im Ventil V mit Hilfe der Ventilstange E entspannte Wasserstoff, soweit er nicht verflüssigt ist, nach oben zurück. G_3 ist von einem metallenen Vakuummantelgefäß D_2 umgeben, in welchem sich der verflüssigte Wasserstoff sammelt. D_2 steckt in einer vollkommen geschlossenen zugelöteten Messingkapsel M_2. Die letztere ist von flüssigem Stickstoff umgeben, der sich im Vakuumgefäß D_1 befindet. Der ganze Verflüssiger ist in einen Eisenmantel M_1 eingebaut. Der untere Teil desselben ist mit dem oberen bei 17 luftdicht verschraubt. M_1 wird durch die Pumpe P beim Absaugen der Luftdämpfe evakuiert. Der obere Teil von M_1, in dem G_1 liegt, ist zur Wärmeisolation mit Seidenzupf gefüllt.

Der Strömungsvorgang im Verflüssiger ist entsprechend dem Vorstehenden also folgender: Der komprimierte Wasserstoff tritt bei 1 ein, durchläuft den Gegenströmer G_1 bis 2, tritt bei 3 in den Gegenströmer G_2, bei 4 aus ihm aus, wird in der bifilaren Spirale S, die in flüssigem Stickstoff steckt, vorgekühlt, tritt bei 6 in den untersten Gegenströmer G_3 und wird schließlich bei 7 im Drosselventil V auf etwa 1,3 Atm. entspannt. Der nicht verflüssigte Teil des entspannten Wasserstoffs strömt zwischen den Druckrohren von G_3 schraubenförmig zurück bis 8, tritt bei 9 in die Niederdruckrohre von G_2 ein, bei 10 aus denselben aus, durchströmt die Niederdruckrohre von G_1 von 11 bis 12 und geht nach 0 zum Kompressor zutrück. — Der flüssige Stickstoff strömt bei 13 in das Vakuummantelgefäß D_1 aus Metall und wird an S verdampft. Der Stickstoff streicht zwischen den Rohrwindungen von G_2 schraubenförmig nach oben, tritt bei 14 aus G_2 aus, bei 15 in G_1 ein und verläßt den Verflüssiger bei 16 unter der Saugwirkung der Pumpe P.

In der nur schematischen Fig. 4 sind alle Einzelheiten, wie Sicherheitsventile, Manometer, Vakuummeter, Anzeigevorrichtungen für den Stand von flüssiger Luft und flüssigem Wasserstoff u. dgl. m. fortgelassen.

Bei der Konstruktion der Gegenströmer G_2 und G_3 mit parallel geschalteten Rohren liegt folgende Schwierigkeit vor: Das Rohr mit kleinerem Windungsradius ist erheblich kürzer und bietet dementsprechend weniger Strömungswiderstand, so daß durch dasselbe an sich viel mehr Wasserstoff strömen würde als durch das mit größerem Radius, wodurch der Wärmeaustausch im Gegenströmer ungünstig werden würde. Diese Schwierigkeit wurde dadurch behoben, daß in der Mitte des Gegenströmers das Rohr von kleinerem Radius herausgebogen und als Rohr von größerem Radius weitergeführt ist, während umgekehrt das bisher außen verlaufende Rohr nach innen verlegt ist. Dann ist die gesamte Länge und der Strömungswiderstand beider Rohre gleich. Dasselbe Prinzip läßt sich auch bei mehr als zwei parallel gelegten Rohren anwenden. Gegenströmer nach Art von G_3 haben vor der Hampsonspirale den Vorzug einfacherer Herstellung. Außerdem ist bei ihnen die Strömung des entspannten Gases definierter und widerstandsfreier, so daß der Gegenströmer der Berechnung auf Wärmeaustausch besser zugänglich ist und der Druckabfall in ihm gering gehalten werden kann.

Eine Hauptschwierigkeit der Wasserstoffverflüssigung liegt darin, daß der käufliche Wasserstoff noch etwas Verunreinigungen, meist Sauerstoff und Stickstoff, enthält.

Bei dem elektrolytischen Wasserstoff der chemischen Fabrik Heyden, der allein für die Verflüssigung verwendet wird, betragen die Verunreinigungen in der Regel allerdings nur wenige Promille, so daß ein Verstopfen des Expansionsventils durch ausgefrorene feste Luft nur sehr selten eintritt. Um auch bei etwas größerem Luftgehalt des Wasserstoffs, wie es bisweilen vorkommt, ungestört arbeiten zu können, sind folgende Maßregeln getroffen:

Dicht vor dem Ventil V ist in die Hochdruckwasserstoffleitung ein Abscheidegefäß von etwa 20 cm³ Inhalt eingeschaltet, von welchem aus eine Ausblasleitung nach oben aus dem Verflüssiger herausführt. Die letztere ist außerhalb des Verflüssigers durch ein Ventil verschlossen. In dem Abscheidegefäß sammelt sich die Haupt-

menge der ausgefrorenen Luft an und kann von Zeit zu Zeit ausgeblasen werden, indem das Ventil der Ausblasleitung geöffnet wird. Das Ausblasen ist meist nur am Anfang erforderlich, wo die ganze kreisende Wasserstoffmenge gereinigt wird, während später nur so viel Wasserstoff zukommt, wie verflüssigt wird. Außer dieser Ausblasvorrichtung ist am Ventil V noch eine elektrische Heizspule angebracht, um das Ventil nötigenfalls auftauen zu können, ohne den Apparat selbst erwärmen zu müssen.

Der Kompressor der beschriebenen Anlage hat eine maximale Ansaugleitung von etwa 60 m³/Std. Der Verflüssigungsapparat selbst ist derselbe, der früher mit einem Kompressor von 25 m³/Std. Saugleistung benutzt wurde. Wie sich gezeigt hat, reicht er für die volle Leistung des neuen Kompressors nicht ganz aus. Läßt man den Kompressor mit verminderter Tourenzahl laufen, so daß die Ansaugleistung 37 m³/Std. beträgt, so erhält man im Verflüssiger selbst 10 l Std. flüssigen Wasserstoff, nach dem Abheben etwa 7,6 l flüssigen Wasserstoff/Std., während eine weitere Steigerung der Tourenzahl des Kompressors die Ausbeute an flüssigem Wasserstoff nicht mehr erhöht. Der Bau eines vergrößerten Gegenströmers, der die Saugleistung des Kompressors voll auszunutzen gestattet, ist in Vorbereitung.

Der Verbrauch an flüssigem Stickstoff beträgt etwa 2 kg für 1 l flüssigen Wasserstoff.

Betreffs der Energiebilanz sei auf die ausführlichen Darlegungen an anderen Stellen verwiesen[1]).

4. Gewinnung von Helium.

Das im Kältelaboratorium verwendete Helium ist teils aus Neon-Helium-Gemisch gewonnen, das die Linde-Gesellschaft zur Verfügung stellte, teils durch Reinigung von Rohhelium, das die Auer-Gesellschaft aus Monazitsand gewinnt und zu Selbstkosten lieferte. Das Neon-Helium-Gemisch enthält etwa 75—80 Proz. Neon, das Rohhelium der Auer-Gesellschaft noch etwa 10—30 Proz. Verunreinigungen, die aus Luft, Kohlensäure und Wasserstoff bestehen.

Die Trennung des Neon-Helium-Gemisches erfolgte durch Ausfrieren des Neons bei etwa 11° abs. Der normale Siedepunkt des Neons liegt bei etwa 24,5° abs[2]). Bei 15° abs. beträgt der Dampfdruck des festen Neons etwa 2 mm, so daß er bei 11° abs. schon sehr klein ist. Zur Kühlung bei 11° abs. wurde fester Wasserstoff, der unter etwa 5 mm Quecksilberdruck stand, verwendet. Fig. 5 gibt das Schema der Einrichtung zur Neon-Heliumtrennung:

Das Neon-Helium-Gemisch befindet sich unter einem Druck bis zu 50 at in der Stahlflasche

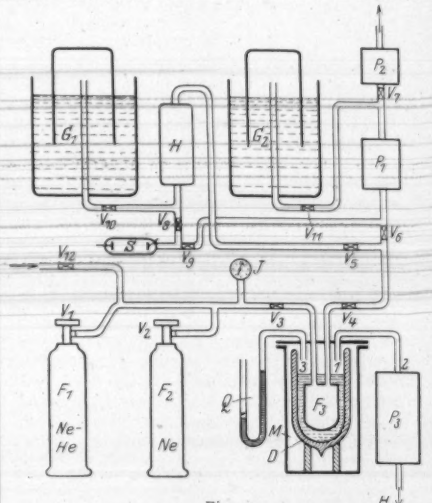


Fig. 5.
Schema der Einrichtung zur Neon-Heliumtrennung.

F_1 oder kann, falls es mit dem Heliumkompressor komprimiert wird, durch das Ventil V_{12} zugelassen werden. Es empfiehlt sich, die Flasche F_1 nur bis zu einem Druck von etwa 10 at zu entleeren und den Rest mit dem Kompressor auf höheren Druck zu bringen, da das Arbeiten mit niedrigem Druck bei der Trennung langwierig ist. Von F_1 oder V_{12} führt eine Rohrleitung über Ventil V_3 zum Kondensationsgefäß F_3. An die Rohrleitung ist außerdem eine vorher evakuierte Stahlflasche F_2 für das zu gewinnende Neon angeschlossen. Von F_3 führt eine zweite Rohrleitung zum Ablassen des Heliums einerseits über Ventil V_6 zur Pumpe P_1 und weiter über Ventil V_{11} zum Gasbehälter G_2, anderseits über Ventil V_5 und ein Rohr H mit glühendem Kupferoxyd über Ventil V_{10} zum Gasbehälter G_1. An die letztere Leitung ist über ein Ventil V_8 noch das Spektralrohr S angeschlossen, das über Ventil V_9 durch die Pumpe P_1 evakuiert werden kann. Das Kondensationsgefäß F_3 taucht in flüssigen oder

1) W. Meißner, Zeitschr. f. Phys. **18**, 12, 1923; Artikel „Erzeugung tiefer Temperaturen und Gasverflüssigung". Handb. d. Physik v. Geiger und Scheel, Bd. XI, Springer 1926; W. H. Keesom, Rapports et Communications 5. Congrès international du froid. Rome 1928, S. 136, Leiden 1928.

2) P. G. Catte und Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, Nr. 152b, 1917; Nr. 147c, 1915.

festen Wasserstoff ein, der sich im Vakuummantelgefäß D befindet. Letzteres ist vom Metallgefäß M gasdicht umschlossen, so daß der Wasserstoffdampf durch Rohr 1, 2 mit Hilfe der Vakuumpumpe P_3 abgesaugt werden kann. Der Stand des flüssigen Wasserstoffs wird an einer nicht gezeichneten Anzeigevorrichtung abgelesen, und es kann durch einen Vakuummantelheber aus einer Vorratsflasche nach Bedarf flüssiger Wasserstoff nachgefüllt werden.

Der Dampfdruck des Wasserstoffs wird am Quecksilbermanometer Q abgelesen, das bei 3 angeschlossen ist. Man arbeitet nun folgendermaßen: Zunächst werden bei geschlossenen Ventilen V_{10} und V_{11} nach Öffnen von V_7 mit der Vorpumpe P_2 alle Rohrleitungen evakuiert. Dann wird F_3 in flüssigen Wasserstoff eingetaucht und der Dampfdruck bis auf etwa 0,1 at erniedrigt, so daß der Wasserstoff eben noch flüssig ist. Nunmehr wird durch ruckweises Öffnen von V_3 in F_3 Neon-Helium-Gemisch hineingelassen. Durch das ruckweise Hineinlassen des Gases wird ein Verstopfen durch festes Neon hintenangehalten. Sinkt der von I angezeigte Druck bei Öffnen von V_3 nicht mehr, so wird der Dampfdruck des Wasserstoffs auf etwa 5 mm Quecksilber erniedrigt. Ist der Druck bei geschlossenem Ventil V_1 wieder konstant geworden, so wird durch vorsichtiges Öffnen und Schließen von V_4 zunächst etwas Helium bei geschlossenem Ventil V_5 mit der Pumpe P_1 bei geöffnetem Ventil V_6 und V_9 mit der Pumpe P_1 in Gasbehälter G_2 abgepumpt, bis im Spektralrohr S die Neonlinien fast völlig verschwunden sind. Daß zunächst neonhaltiges Helium abgepumpt wird, liegt wohl daran, daß in dem zu V_4 führenden Rohre wegen langsamer Diffusion Neon zurückbleibt. Denn das weiterhin nach Schließen von V_6 über V_5, H und V_{10} in G_1 langsam eingelassene Helium ist nahezu spektralrein. Dies erkennt man an Proben, die man über V_8 in das Spektralrohr S einläßt, das dann wieder durch V_9 mit P_1 evakuiert wird. Ist der Heliumdruck in F_3 auf 1 at gesunken, so wird V_4 wieder geschlossen und weiter Neon-Helium-Gemisch eingelassen und so fort. Ist zum Schluß F_3 nahezu mit festem Neon angefüllt, so wird bei 11° abs. noch das Helium mit P_1 bis auf möglichst niedrigen Druck aus F_3 abgepumpt. Sodann wird bei geschlossenen Ventilen V_4 und V_1 und geöffneten Ventilen V_3 und V_2 das Gefäß D mit Wasserstoff entfernt, so daß das feste Neon auftaut und in F_2 hineinverdampft. Da F_3 klein gegen F_2 ist, bleibt nur wenig Neon in F_3 zurück. Man kann die Kondensation des Neons usw. fortsetzen, bis man in F_2 einen Druck von 30 bis 50 at hat. Das so gewonnene Neon enthält nur wenige Promille Helium. Es wird an die Linde-Gesellschaft zurückgegeben.

Früher[1]) war die Trennung des Heliums in einem unreinen und einem reinen Teil nicht vorgenommen worden, so daß das ganze abgepumpte Helium nochmals gereinigt werden mußte. Bei der geschilderten Art des Vorgehens kann das in G_1 angesammelte Helium sofort zur Verflüssigung verwendet werden, und nur das in G_2 befindliche Helium, das etwa $^1/_5$ der abgeschiedenen Menge Helium ausmacht, muß nochmals gereinigt werden. — Man kann nach dieser Methode an einem Tage etwa 70 l reines Helium gewinnen, wozu etwa 7 l flüssiger Wasserstoff erforderlich sind.

Die Reinigung des von der Auer-Gesellschaft gelieferten Rohheliums, das kein Neon enthält, erfolgt dadurch, daß es unter 1 at Druck nacheinander über glühendes Kupferoxyd, über Phosphorpentoxyd, durch eine in flüssige Luft getauchte Vorlage und durch eine in flüssigen, unter normalem Druck siedenden, in Wasserstoff tauchende Vorlage geleitet und in einem Glasbehälter aufgefangen wird. Es wird so der Reihe nach Wasserstoff, Wasser, Kohlensäure und Luft beseitigt, und man erhält bei einer Strömungsgeschwindigkeit von etwa 3 l/Minute nahezu spektralreines Helium. Man kann nach dieser Methode bequem 500 l reines Helium an einem Tage gewinnen, wobei nur etwa 7 l flüssiger Wasserstoff gebraucht werden, da das Gas schon vorgekühlt in die Vorlage mit flüssigem Wasserstoff eintritt. Diese Art der Heliumgewinnung ist also sehr viel ergiebiger als die durch Neon-Heliumtrennung. Trotzdem wird auch die Neon-Heliumtrennung fortgesetzt, da die Reichsanstalt dabei das Helium völlig kostenlos erhält.

Der Heliumvorrat des Kältelaboratoriums beträgt jetzt etwa 6 m³.

5. Heliumverflüssigungsanlage.

Das Schema der gesamten Heliumverflüssigungsanlage der Reichsanstalt gibt Fig. 6. Die Verflüssigung erfolgt dem Vorgange von Kamerlingh Onnes entsprechend nach dem Lindeschen Prinzip bei Vorkühlung mit flüssigem Wasserstoff.

Der größte Teil des Heliums wird in Stahlflaschen F_1, der Rest in Gasometern G mit Ölfüllung aufbewahrt. Heliumkompressor K und sämtliche Rohrleitungen für Helium können nach Öffnen des Ventils V_4 mit Hilfe der Kapselpumpe P_1 und Vorpumpe P_2 bis auf etwa 0,001 mm H_g evakuiert werden. Nach Schließen von V_4 wird durch das Nadelventil V_2 aus F_1 Helium in Rohrleitungen, Kompressor K und Gaso-

1) W. Meißner, Artikel: Erzeugung tiefer Temperaturen und Gasverflüssigung. Handbuch d. Physik von Geiger und Scheel Bd. **11**, 321, 1926.

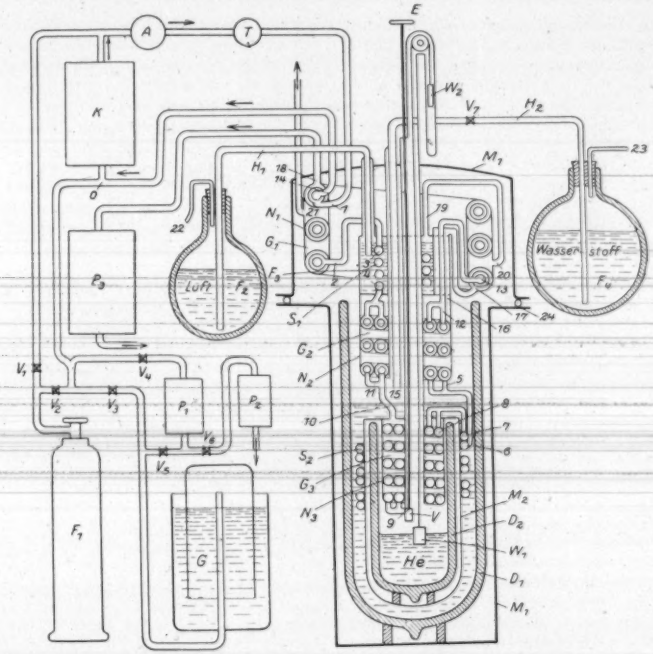


Fig. 6. Schema der Heliumverflüssigungsanlage.

meter G gelassen. Das in K komprimierte Helium durchläuft den Ölabscheider A, das Trockenrohr T und tritt bei 1 in den eigentlichen Verflüssigungsapparat ein. Der nicht verflüssigte und entspannte Teil des Heliums verläßt den Verflüssiger nahezu mit Zimmertemperatur bei 14 und wird bei 0 vom Kompressor K von neuem angesaugt und komprimiert. Die zur Vorkühlung dienende flüssige Luft wird aus der Flasche F_2 durch den Heber H_1 bei 3 in das Gefäß F_3 eingefüllt, indem bei 22 mittels Gummigebläse oder Druckluft ein geringer Überdruck erzeugt wird. Der Stand der flüssigen Luft in F_3 kann an einer nicht eingezeichneten Anzeigevorrichtung abgelesen werden. Die verdampfte Luft verläßt den Verflüssiger bei 21. Der zur Vorkühlung benutzte flüssige Wasserstoff wird der Flasche F_4 mit Hilfe des Hebers H_2, in welchen das Ventil V_7 eingefügt ist, entnommen. Er fließt bei 15 aus dem Heber H_2 aus. Der Wasserstoffdampf wird mit der Pumpe P_3 von 18 aus abgepumpt, so daß der Wasserstoff unter stark vermindertem Druck siedet. Durch Einregulieren von Ventil V_7 kann man den Zufluß des angesaugten flüssigen Wasserstoffs regeln. An die Vorratsflasche F_4 ist bei 23 eine Wasserstoffatmosphäre (Stahlflasche mit Reduzierventil oder Gummiblase) angesetzt, um das Kondensieren von Luft in F_4 zu vermeiden. Der Stand des flüssigen Wasserstoffs in F_4 wird durch einen Schwimmer angezeigt. Der Stand des flüssigen Wasserstoffs im Verflüssiger kann durch Sichtstreifen im Vakuummantelgefäß D_1 und im Metallmantel M_1 beobachtet werden.

Der eigentliche Heliumverflüssiger enthält drei Gegenströmer G_1, G_2 und G_3, die alle drei aus schraubenförmigen Windungen um die Mittelachse des ganzen Apparates bestehen. Die Windungen von G_1 bestehen aus drei ineinandergesteckten Rohren. Im innersten Rohr strömt das entspannte, nicht verflüssigte Helium, im Zwischenraum zwischen dem innersten und dem zweiten Rohr das komprimierte Helium, im Zwischenraum zwischen dem äußersten und dem zweiten Rohr der verdampfte Wasserstoff. Über die Rohrwindungen ist innen und außen ein Neusilbermantel N_1 gelötet. In dem so abgeschlossenen Zwischenraum strömt schrauben-

förmig nach oben die verdampfte Luft. Zwischen G_1 ist das Gefäß F_3 mit flüssiger Luft eingeschaltet, in dem einige Schraubenwindungen des Heiumhochdruckrohrs 3, 4 verlaufen. Der Gegenströmer G_2 besteht aus zwei (in Wirklichkeit aus mehr) parallel liegenden Rohrwindungen, deren jede aus zwei ineinandergesteckten Rohren besteht. Im innerstem Rohr fließt wieder das entspannte rückströmende Helium, im Zwischenraum zwischen beiden Rohren das hinströmende komprimierte Helium. In dem schraubenförmigen Raum zwischen den Rohrwandungen und dem Neusilbermantel N_2, der innen und außen auf die Wandungen gelötet ist, steigt der verdampfte Wasserstoff empor. Zwischen die Gegenströmer G_2 und G_3 ist die bifilare Kühlschlange S_2 der Druckleitung eingeschaltet, die in flüssigem Wasserstoff liegt. Der Gegenströmer G_3 besteht aus zwei (in Wirklichkeit aus mehr) parallel laufenden schraubenförmigen Windungen des Heliumdruckrohres. Im Raum zwischen diesen Windungen und dem aufgelöteten Neusilbermantel N_3 steigt schraubenförmig das entspannte Helium empor. Die Entspannung erfolgt im Ventil V, das von oben her mittels der Ventilstange E betätigt wird. Das flüssige Helium sammelt sich im Vakuummantelgefäß D_2, das in einer zugelöteten Blechbüchse M_2 steckt. Der zur Vorkühlung dienende flüssige Wasserstoff befindet sich im Vakuummantelgefäß D_1. Der ganze Verflüssiger ist in einen eisernen zweiteiligen Mantel M_1 eingeschlossen. Der untere Teil desselben ist mit dem oberen bei 24 vakuumdicht verschraubt. Das Innere von M_1 wird beim Abpumpen des Wasserstoffdampfes mit evakuiert.

Der Strömungsvorgang im Verflüssiger ist hiernach folgender: Das komprimierte Helium tritt bei 1 in den obersten Gegenströmer G_1 ein, und zwar in den Zwischenraum zwischen innerstem und zweitem Rohr. Es verläßt G_1 bei 2, durchströmt die Vorkühlschlange 3, 4, die in flüssiger Luft liegt, tritt in den Gegenströmer G_2 und verläßt ihn bei 5. Dann durchströmt das komprimierte Helium die bifilare Kühlschlange S_2, die in flüssigem Wasserstoff liegt, tritt bei 8 in den untersten Gegenströmer G_3 und bei 9 in das Expansionsventil V, wo es auf 1,3 at entspannt wird. Der nicht verflüssigte Teil des Heliums strömt durch G_3 schraubenförmig nach oben, tritt bei 11 in die innersten Rohre des Gegenströmers G_2, bei 12 aus diesen aus, bei 13 in das innerste Rohr von G_1 und verläßt den Apparat bei 14.

Der flüssige Wasserstoff fließt bei 15 in das Vakuummantelgefäß D_1. Der an der Vorkühlschlange S_2 verdampfte Wasserstoff wird abgepumpt und durchläuft dabei zunächst schraubenförmig den Zwischenraum zwischen den Rohren von G_2. Er verläßt G_2 bei 16 und tritt bei 17 in den Zwischenraum zwischen den beiden äußeren Rohren von G_1. Bei 18 verläßt der Wasserstoffdampf den Verflüssiger und wird von der Pumpe P_3 ins Freie befördert.

Die flüssige Luft, die durch H_1 in das Gefäß F_3 eingefüllt wird, verdampft an der Kühlspirale 3, 4. Der Dampf verläßt F_3 bei 19, tritt bei 20 in den Zwischenraum zwischen den Windungen des obersten Gegenströmers, durchläuft G_1 schraubenförmig und tritt bei 21 nahezu mit Zimmertemperatur aus dem Apparat heraus.

Betreffs der eigenartigen Ausführung der Gegenströmer G_2 und G_3 wird auf das beim Wasserstoffverflüssiger Gesagte verwiesen. Die Gegenströmer G_2 und G_3 sind außerdem nicht aus Kupferrohren sondern aus Neusilberrohren hergestellt. Dies ist wegen der geringen Kälteleistung bei der Entspannung des Heliums prinzipiell wichtig für die gute Wirksamkeit des Gegenströmers[1]). Außerdem wird so die Wärmezufuhr von oben auch dann gering, wenn das Helium nicht zirkuliert, wenn man vielmehr Messungen in dem in D_2 verflüssigten Helium anstellt.

Um Versuchsapparate, z. B. Gasthermometer, Dampfdruckthermometer, auf Widerstand zu prüfende Metallspulen u. dgl. einbauen zu können, werden die Gefäße M_1 und D_1 nach unten zu abgenommen, M_2 aufgelötet und D_2 ebenfalls nach unten zu entfernt. Die Kapillaren von Gas- oder Dampfdruckthermometern, die natürlich Heliumfüllung haben müssen, werden durch das zentrale Neusilberrohr, durch welches die Ventilspindel T und der Aufhängefaden des Schwimmers W_1 zum Gegengewicht W_2 läuft, nach oben herausgeführt, ebenso die Zuführungsdrähte zu den Widerstandsspulen u. dgl. Durch das zentrale Neusilberrohr kann man auch einen Vakuummantelheber einführen, falls man das Helium in andere Gefäße abfüllen will.

Bei Inbetriebnahme des Verflüssigers wird zunächst, um die Abkühlung des Apparates zu beschleunigen, nicht nur in F_3, sondern auch in D_1 durch H_2 hindurch flüssige Luft eingefüllt. Nachdem alles bei zirkulierendem Helium die Temperatur der letzteren angenommen hat, wird der übrigbleibende Rest flüssiger Luft durch eine am Boden von D_1 angebrachte elektrische Heizspule verdampft, D_1 und M_1 mittels P_3 evakuiert und nun durch H_2 flüssiger Wasserstoff eingefüllt, der dann unter einem Druck von etwa 6 cm Quecksilber verdampft. Hierbei läßt man das Helium, ohne es zu komprimieren, langsam zirkulieren. Nachdem in D_2 bei 9 Abkühlung bis auf die

1) Vgl. W. Meißner, Ztschr. f. techn. Physik 7, 235, 1926.

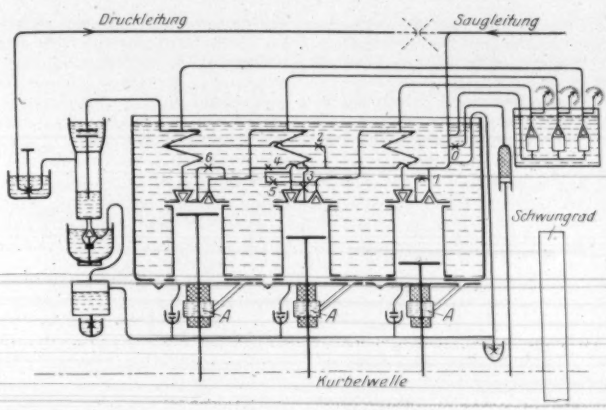


Fig. 7. Schema der Heliumkompressors.

Temperatur des flüssigen Wasserstoffs eingetreten ist, wird das Helium auf etwa 40 at komprimiert und entspannt. Alsbald tritt dann die Verflüssigung des Heliums ein.

Um das Helium unter vermindertem Druck sieden zu lassen, kann man K als Pumpe benutzen. Hierzu wird das Drosselventil geschlossen und Ventil V_1 geöffnet, so daß der Kompressor das abgepumpte Helium in die Stahlflasche F_1 komprimiert. Man kommt so auf einen Dampfdruck von etwa 35 mm Quecksilbersäule. Will man den Druck noch weiter erniedrigen, so kann man das Helium mit der Kapselpumpe P_1 bei geöffneten Ventilen V_4 und V_5 und geschlossenem Ventil V_3 in das Gasometer G hinein abpumpen. Bei Verwendung einer Siemensschen Kapselpumpe von etwa 140 m³ Saugleistung/Std. kommt man so auf einen Dampfdruck von 0,9 mm Quecksilber (etwa $1{,}2^0$ abs.).

Damit Heliumverluste vermieden werden, müssen alle Teile, die Helium enthalten, also auch der Heliumkompressor vollkommen dicht sein. Der Heliumkompressor muß auch, wie schon oben erwähnt, hoch evakuiert werden können, da ein Ausspülen mit Helium natürlich nicht möglich ist.

Bei dem in der Reichsanstalt benutzten Heliumkompressor für etwas mehr als 10 m³/Std. Ansaugleistung, dessen Anordnung in Fig. 7 schematisch dargestellt ist, ist man diesen Erfordernissen in folgender Weise gerecht geworden: Der Kompressor ist an sich ein gewöhnlicher, mit Öl geschmierter Kompressor, der aber in folgender Weise abgeändert ist: Die Zylinder sind nicht nur hinten, sondern auch vorn, auf der Seite der Kolbenstangen geschlossen. In diese vorderen Zylinderräume tritt das Gas, das etwa von der Kolbendichtung beim Komprimieren durchgelassen wird, und von hier aus durch Rohrleitungen zurück in die Ansaugleitung des Kompressors. Die Kolbenstangen laufen durch Ölkammern A, die unter etwa 50 cm Öldruck stehen, so daß an den Kolbenstangendichtungen nie Gas, sondern nur Öl austreten kann. Alle Verschraubungen und Dichtungsflächen liegen unter Öl, auch zur Kühlung ist Öl verwendet, so daß beim Evakuieren nur Öl, nicht Luft angesaugt werden kann, beim Komprimieren etwa auftretende Undichtigkeiten an aufsteigenden Gasblasen zu sehen sind. Ferner sind besondere Verbindungsrohre mit eingeschalteten Ventilen 1 bis 6 angebracht, um auch das Innere der Zylinder und der Kühlschlangen trotz der durch Federn angedrückten Druck- und Saugventile vollkommen evakuieren zu können. Natürlich blasen auch die Sicherheitsventile in die Ansaugleitung des Kompressors ab. — Auch der in Leiden benutzte Heliumkompressor ist nach ähnlichen Prinzipien gebaut. Von der Benutzung eines Quecksilberkompressors ist man auch dort abgekommen.

Die Betriebsergebnisse mit der beschriebenen Anlage sind bei Verwendung des Kompressors von reichlich 10 m³ Ansaugleistung pro Stunde folgende: Um die Apparatur mit flüssiger Luft abzukühlen und den Rest der flüssigen Luft in D_1 zu verdampfen, ist etwa 1 Stunde erforderlich. Die Abkühlung mit flüssigem Wasserstoff bis zur Heliumkompression dauert etwa 15 Minuten. Etwa 10 Minuten später beginnt die Heliumver-

flüssigung. 400 cm³ flüssiges Helium, welche das Gefäß D_1 faßt, erhält man bei einem Kompressionsdruck von 35 at in etwa 9 Minuten. Der verflüssigte Bruchteil des komprimierten Heliums ist hiernach etwa 0,19, da die Dichte des flüssigen Heliums am normalen Siedepunkte 0,125, die des gasförmigen Heliums unter Normalbedingungen 0,000178 ist.

Zum Abkühlen mit flüssiger Luft werden etwa 3 l gebraucht, zur weiteren Abkühlung mit flüssigem Wasserstoff sind etwa 2 l flüssiger Wasserstoff nötig. Mit weiteren 5 l flüssiger Luft und 8 l flüssigen Wasserstoffs kann man etwa 3 Stunden lang das etwa 400 cm³ fassende Gefäß D mit flüssigem Helium gefüllt halten, auch wenn man das Helium beim Beobachten unter stark erniedrigtem Druck sieden läßt.

Betreffs des Wirkungsgrades der Anlage im Verhältnis zu dem, was nach der Theorie zu erwarten ist, wird wieder auf die Behandlung dieser Frage an anderer Stelle verwiesen[1].

Im Leidener Laboratorium wird das flüssige Helium auch aus dem Verflüssiger in andere Gefäße abgehebert und neuerdings sogar an andere Stellen des Laboratoriums transportiert[2]. Dabei wird das verdampfte Helium vorübergehend beim Transport in einer Gummiblase aufgefangen, die dann an eine zum Gasometer führende Leitung angeschlossen wird, so daß auch beim Transport kein Helium verloren geht.

Es sind Vorbereitungen getroffen, um ähnlich auch im Kältelaboratorium der Reichsanstalt arbeiten zu können. Aus dem Heliumverflüssigungsraum führen Rohrleitungen für Wasserstoff und Helium in die einzelnen Räume des Laboratoriumsgebäudes. Durch diese Rohrleitungen kann der verdampfte Wasserstoff bzw. das verdampfte Helium in die Gasbehälter zurückgeleitet werden; auch können die Rohrleitungen durch entsprechende Regulierung von Ventilen an die Pumpen für Wasserstoff und Helium angeschlossen werden, so daß man in den Laboratoriumsräumen auch Wasserstoff und Helium unter vermindertem Druck sieden lassen kann.

6. Einrichtung des Laboratoriumsgebäudes.

Wie schon in Nr. 1 erwähnt wurde, befindet sich im Keller des Laboratoriumsgebäudes eine Heizungsanlage. Die Niederdruckdampfkessel derselben werden jedoch nur dann benutzt, wenn die Hauptkesselanlage der Reichsanstalt abgestellt ist, d. h. insbesondere, wenn spät abends und nachts gearbeitet werden muß, was im Kältelaboratorium häufiger der Fall ist. Der Niederdruckdampf der eigenen Kesselanlage oder der von 3 at auf Niederdruck entspannte Dampf der Hauptkesselanlage wird benutzt:

1. Zur Dampfheizung des Werkstattgebäudes.

2. Zur Heizung der Maschinenräume mittels der in Nr. 1 beschriebenen Luftheizkörper der Firma Danneberg & Quandt.

3. Zur Erwärmung des Wassers der Warmwasserheizanlage des Laboratoriumsgebäudes.

Im Akkumulatorenkeller ist bis jetzt eine Batterie von 120 Volt und etwa 270 Amperestunden Kapazität aufgestellt, die durch eine besondere Schaltanlage auf 4, 8, 12, 20, 40, 60 und 120 Volt schaltbar ist. Sie hat bei 120 Volt eine maximale Stromstärke von 90 Ampere, bei 4 Volt also eine solche von 2700 Ampere. Versuche mit derartig starken Strömen müßten allerdings im Keller direkt an der Schaltanlage ausgeführt werden.

Die Arbeitsräume des Laboratoriumsgebäudes — abgesehen von zwei als Schreib- bzw. Bürozimmer dienenden Räumen — sind folgendermaßen eingerichtet: In alle Räume führen die schon am Ende von Nr. 5 erwähnten Rohrleitungen zum Abpumpen von Wasserstoff- und Heliumgas. In allen Räumen sind zum Entlüften Ventilatoren angebracht; dieselben saugen die Luft in gemauerte Züge, die oberhalb der Dächer ins Freie führen. In den meisten Räumen sind auch Digestorien vorhanden. Sämtliche Räume können verdunkelt werden. Die beiden großen Räume im Erdgeschoß und Obergeschoß (Fig. 1) können durch einen Quervorhang in zwei Räume eingeteilt werden. In sämtlichen Räumen ist eine Schalttafel angebracht, welcher Ströme verschiedener Art und Spannung entnommen werden können. An den Schalttafeln liegen dauernd 120 Volt Drehstrom für Ströme bis 100 Ampere, 110 Volt Gleichstrom, vorläufig für Ströme bis etwa 6 Ampere, später für höhere Ströme; Anschaltbar sind: Die oben erwähnte Akkumulatorenbatterie von 4 bis 120 Volt; die Akkumulatorenbatterien des Starkstromgebäudes der Reichsanstalt soweit verfügbar für starke Ströme und Spannungen bis 240 Volt, sowie für schwache Ströme und Spannungen bis maximal 3000 Volt; die Gleichstrom-, Wechselstrom- und Drehstrommaschinen des Starkstromgebäudes (soweit verfügbar); die Gleichstromhochspannungsmaschine des Starkstromgebäudes für Spannungen bis 10 000 Volt und Ströme bis 1 Ampere (soweit verfügbar und nur in einzelnen Räumen); auch

1) W. Meißner, Artikel: Erzeugung tiefer Temperaturen und Gasverflüssigung, im Handb. d. Physik v. Geiger und Scheel, Bd. XI., S. 326, Springer 1926; W. H. Keesom, Rapports et Communications, 5. Congrès international du froid. Rome 1928, S. 136, Leiden 1928.

2) H. Kamerlingh, Onnes, Kap. and Comm. 4. Intern. Congr. of Refrig. London 1924, Leiden 1924.

führen vier dünne Doppelleitungen zum Starkstromgebäude, um die Erregung von Motor und Dynamomaschine einregulieren und Frequenz und Phasenverschiebung ablesen zu können.

In jedem Raume befinden sich außer Experimentiertischen usw. ein Werkzeugschrank, die allgemein erforderlichen Hilfsapparate, wie Stative, Brenner u. dgl. und die notwendigsten Materialien.

Ferner ist eine größere Sammlung von Apparaten vorhanden, welche die gebräuchlichsten elektrischen, thermischen und optischen Apparate enthält.

Es sind also die Einrichtungen derart, daß Untersuchungen auf allen Gebieten der Physik in tiefen Temperaturen angestellt werden können. Die speziellen Versuchsapparate, die dem jeweiligen Fall anzupassen sind, müssen natürlich besonders beschafft werden.

7. Die Mittel für die Neueinrichtungen. Gastarbeiten am Kältelaboratorium.

Die Mittel für den Bau des Kältelaboratoriums und seine Maschineneinrichtungen sind im wesentlichen vom Reich bewilligt worden. Außerdem hat die Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft erhebliche Mittel für die Einrichtung der Laboratorien und der Verflüssigungsanlagen sowie für die Arbeiten selbst zur Verfügung gestellt. Ferner hat sie sich von vornherein mit großer Energie für die Schaffung eines deutschen Kälte-Instituts nach dem Leidener Vorbilde eingesetzt. Auch von seiten der Lieferfirmen, besonders der Linde-Gesellschaft, wurde das Institut durch weitgehendes Entgegenkommen unterstützt.

Mit Rücksicht auf die von der Notgemeinschaft zur Verfügung gestellten Mittel ist es, wie bereits in Nr. 1 erwähnt wurde, möglich, daß auch wissenschaftliche Gäste in dem Kältelaboratorium Versuche bei tiefsten Temperaturen ausführen.

Anträge auf Zulassung als wissenschaftlicher Gast sind an den Ausschuß für Gastarbeiten am Kältelaboratorium der Reichsanstalt zu Händen des Präsidenten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Berlin-Charlottenburg, Werner-Siemens-Straße 8—12, zu richten. Hierbei sind der Zweck der Arbeiten, der gewünschte Zeitpunkt ihres Beginns und die voraussichtliche Dauer derselben, sowie die für sie erforderlichen Apparate und Einrichtungen anzugeben.

Auch kann flüssiger Wasserstoff für Forschungszwecke vom Kältelaboratorium abgegeben werden. Hierzu ist ebenfalls ein Antrag an den Ausschuß mit entsprechender Begründung notwendig.

Dem Ausschuß gehören an:

Der Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, der Leiter des Kältelaboratoriums (z. Z. Oberregierungsrat Dr. Meißner), der Präsident der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, Exzellenz Schmidt-Ott, (Stellvertreter Professor Stuchtey), Professor v. Laue, Berlin-Zehlendorf.

(Eingegangen 10. Juni 1928.)

Zur Frage eines einheitlichen Maßsystems für den theoretischen Anfangsunterricht in Physik.

Von H. Hermann.

Im 40. Jahrgang der Zeitschr. f. ph. u. chem. Unterr. (1927) forderte S. 42 der inzwischen schon verstorbene Didaktiker A. Semiller auf zu überlegen, ob nicht ein umfassendes Maßsystem für alle Teile des physikalischen Lehrgangs (vor der Hochschule) ausreichen könnte. Verf. arbeitete daraufhin eine Handschrift aus, welche April 1927 bei der Physik. Zeitschr. einging, aber infolge der Erkrankung des Herausgebers abhanden gekommen ist. Inzwischen sind in dieser Zeitschrift in Veröffentlichungen des AEF (28, 387) einige der in Betracht kommenden Gesichtspunkte und Beispiele behandelt worden. Mit Rücksicht hierauf ist die folgende Wiederholung der Arbeit des Verf. gekürzt.

Ein einheitliches Maßsystem muß die gebräuchlichsten elektrotechnischen Einheiten, streng oder metronomisch genügend genähert, umfassen. Es ist selbst innerhalb des Fachs merkwürdigerweise vielfach vergessen, daß es ein solches System schon gibt. Die elektrotechnischen Einheiten passen, abgesehen von den Zwitterein-heiten der neuesten Entwickelung, in ein dem C. G. S.-System gleichgebautes System mit den Grundeinheiten Hebdomometer (10^{+7} m, ein Erdquadrant), Undecimogramm (10^{-11} g, Hunderttausendmilliontelgramm, in dieser etwas schwulstigen Form leicht zu behalten) und Sekunde, das dementsprechend als HUS-System zu bezeichnen und beispielsweise von Kohlrausch, Lehmann-Karlsruhe, Höfler-Wien benutzt worden ist. Verf. hat darauf hingewiesen, daß es sich empfiehlt, auch die Krafteinheit dieses Systems aufzustellen und Centidyne zu nennen; dann läßt es sich auch in der Mechanik benutzen und ergibt glatte Abwicklung von Berechnungen elektrischer und magnetischer Kräfte aus elektrischen Daten und umgekehrt, z. B. der elektrolytischen Reibung oder der Lösungstension[1]).

1) Zeitschr. f. math. u. nat. Unterr. **53**, 80; Unterrichtsbl. f. Math. u. Naturwiss. **32**, 357.

Allein für den Anfangsunterricht in der Mechanik ist dieses System wegen der entlegenen Größenordnung der Längen- und der Masseneinheit wenig geeignet.

Die elektrischen Definitionen des absoluten Maßsystems lassen keine Möglichkeit, diesen Übelstand zu heben. Da beispielsweise der Widerstand die Dimension einer Geschwindigkeit hat, kann man, wenn das Ohm bleiben soll, im absoluten Maßsystem Länge und Zeit nur proportional ändern. Eine solche Änderung ist auf die Energieeinheit ohne Einfluß. Man kann also, wenn das Joule ebenfalls bleiben soll, die Masseneinheit nicht ändern. Soll dagegen das Watt bleiben, so muß Masse und Zeit proportional geändert werden, also die Masseeinheit im gleichen Verhältnis und Sinn geändert werden wie die Längeneinheit. Zweck hat aber nur eine gegensinnige Änderung beider, welche nicht möglich ist.

Dagegen besitzt das natürliche Maßsystem in Gestalt der elektrischen und magnetischen Erregbarkeit des Äthers zwei konventionelle Größen, welche nicht wie im absoluten System gleich Eins gemacht sind, sondern Werte besitzen, deren Änderung namentlich jetzt, wo dieses System erst in der Einbürgerung begriffen ist, noch erörterungsfähig sein dürfte.

Das natürliche System in seiner heutigen Gestalt ist mechanisch inkonsequent, was sich in der Behandlung der Bewegungen freier Ladungsträger bei den Verhältnissen der Ladung zur Masse geltend macht. Da es die Energieeinheit Joule mit der Längeneinheit cm verbindet, ist seine Krafteinheit die Hebdomodyne; demnach müßte man ihm eigentlich die Masseneinheit Hebdomogramm oder Dekatonne zuschreiben; üblich sind aber in ihm Massenangaben in Gramm. Will man diese Unstimmigkeit beseitigen, so muß man, damit die Einheiten Joule und Watt erhalten bleiben, die Masseneinheit und das Quadrat der Längeneinheit gegensinnig ändern. Die einzigen Paare gebräuchlicher Massen- und Längeneinheiten, welche sich mit dieser Forderung vertragen, sind Milligramm mit Kilometer verbunden, oder Kilogramm mit Meter verbunden. Die zweite Wahl dürfte für den Anfangsunterricht in der Mechanik die wesentlich geeignetere sein.

Allerdings ergibt die Dichteeinheit kg/cbm unvorteilhaft hohe Maßzahlen in der Hydrodynamik. Dieser (auf der in Rede stehenden Anwendungsstufe wenig umfangreiche) Nachteil wird in der Aerodynamik eher ein Vorteil.

In diesem

Kilogramm†-Meter-Sekunden-System

würde die Krafteinheit die Größe 10^5 Dynen besitzen; eine geeignete Abkürzung hierfür ist das Wort

Lakdyne (rund 102 g)[1])

(Lak indisch $= 10^5$; das Schluß-*h* der englischen Rechtschreibung dürfte im Deutschen entbehrlich sein). Das Coulomb, Ampere, Volt, Ohm, Farad und Henry sind im natürlichen System mit der Mechanik nur durch die Sekunde verknüpfte Größen. Dagegen sind die elektrischen und magnetischen Feldstärkeneinheiten und die der fiktiven Ätherspannungen, sowie die der Energiedichte mit der Längeneinheit verknüpft, daher im hier entworfenen System von den jetzt üblichen verschieden, freilich in einer Weise, die in der Benennung sofort zutage tritt und daher dem einigermaßen Unterrichteten keine Schwierigkeiten macht. Für den Anfangsunterricht aber ist es nicht unwesentlich, hier um die Erlaubnis zur Folgerichtigkeit zu bitten. Denn gerade für ihn sind die Schwierigkeiten des natürlichen Systems, die in der von ihm geforderten Umsicht im Bereich der elektrischen und magnetischen Erscheinungen liegen, so wesentlich, daß Zeitersparnisse möglichst vollständig herausgeholt werden müssen. Man hätte also mindestens beim Anfänger Feldstärken in Amwindungen je Meter und Volt je Meter auszudrücken, damit die Kräfte in Lakdynen herauskommen; die fiktiven Spannungen $-\frac{1}{2}\varepsilon E^2$ bzw. $-\frac{1}{2}\mu H^2$ wären in Lakdynen je Quadratmeter (das sind Hunderttausendstel-Atmosphären), die Energiedichten in Joule je Kubikmeter auszudrücken. Der vom Verf. 1926 gemachte Vorschlag, die natürliche magnet. Feldstärkeneinheit 1 Mie zu nennen, würde im neuen System den Zusatz „metrisch" erfordern:

1 Mie = 1 Amwdg/cm;

1 metrisches Mie = 1 Amwdg/m.

Die elektrische und magnetische Erregbarkeit des Äthers enthält der natürlichen Dimension nach die Längeneinheit im Nenner, sie werden also bei Verwendung des Meters durch 100mal größere Zahlen ausgedrückt als bisher. Damit ändern sich also die $\mathfrak{B}$-Zahlen in andrem Verhältnis als die $\mathfrak{H}$-Zahlen; erstere werden in Voltsek/qm 10000 mal größer, letztere in metrischen Mie 100mal größer, wie es in der Tat sein muß, damit die Selbstinduktionseinheit Henry unberührt bleibt. (Natürlich darf man ihr dann nicht mehr den nur im HUS-System berechtigten Namen Quadrant geben.)

Die vorstehenden Vorschläge sind nicht als Eingriff in die Erörterung über die Zweckmäßigkeit des natürlichen Systems selbst, über das

1) Unterrbl. f. Math. u. Naturwiss. **32**, 356, Ziff. II.

auch unter den dem Verf. bekannten Hochschullehrern die Meinungen ähnlich geteilt sind wie in dieser Zeitschrift[1]), aufzufassen; es muß jedoch gesagt werden, daß das Erscheinen der sehr handlichen Pohlschen Darstellung des Systems (1927) die Zahl der Anstalten, wo mit ihm zu arbeiten versucht wird, erheblich steigert. Daher ist baldige Erörterung der angeschnittenen Frage durch die Fachvertreter erwünscht.

1) Vgl. Busch, Physik. Zeitschr. **28**, 364, 1927.

(Eingegangen 6. Juli 1928.)

Bemerkungen zu R. v. Hirsch u. R. Döpel: „Die Axialität der Lichtemission und verwandte Fragen."

Von E. Rupp.

Dank der Freundlichkeit der Herren Verfasser bin ich in der Lage, die meine Untersuchungen zur Polarisation des Kanalstrahllichtes betreffenden Fragen unmittelbar zu beantworten. Ich halte mich dabei an die von den Verfassern gewählte Abschnittsgliederung.

Zu Abschn. 2. Ein Einfluß eines elektrischen Feldes auf die Polarisation des abklingenden Leuchtens wird nur dann durch die verwendeten Meßmethoden feststellbar werden, wenn das polarisierte Leuchten eine größere Strecke in den Abklingraum hineinläuft. Daß diese Wegstrecken für die verschiedenen Beobachter recht verschieden sind, ist meines Erachtens durch die depolarisierenden Einflüsse der „Umwelt" (hauptsächlich Restgase) bedingt. Da diese depolarisierenden Einflüsse mit der jeweils benutzten Apparatur sich ändern, werden auch die Wegstrecken und die Absolutwerte der Polarisation sich ändern[1]). In den depolarisierenden Einflüssen ganz geringer Fremdgasbeimischungen auf die leuchtenden Atome glaube ich die „Fehlerquelle unbekannter Art" suchen zu müssen.

Zu Abschn. 3. Hier muß die irrtümliche Auffassung der Herren Verfasser richtiggestellt werden, als ob für das elektrische Feld $E = 0$ (Fig. 10a, Taf. XV)[2]) eine Drehung der Polarisationsebene statthätte.

Die mit dem Abklingweg kontinuierlich sich ändernde Streifenverlagerung in dieser Aufnahme ist durch einen „parallaktischen Fehler" der von mir verwendeten Versuchsanordnung verursacht. (Fig. 6, S. 520). Der Spalt S, der Doppelkeil B und die Marke liegen nicht immer in ein und derselben Ebene, daher bewirkt eine Verschiebung des Spaltes S längs B eine Verlagerung der Interferenzstreifen in bezug zur Marke. Nun muß der Spalt S längs B verschoben werden, um verschiedene Teile des abklingenden Kanalstrahls auf ihren Polarisationszustand untersuchen zu können. Die Streifenlage für $E = 0$ ist gleichsam die Nullpunktskurve, auf die die Streifenverschiebungen bei elektrischem Querfeld $E > 0$ bezogen werden müssen[1]).

Den Polarisationszustand des Kanalstrahllichtes kann man sich durch folgenden Modellversuch gut veranschaulichen. Im Kanalstrahl ist eine polarisierte Intensität einer unpolarisierten Intensität überlagert. Man stellt sich einen künstlichen Kanalstrahl durch eine Kerrzellenanordnung her, in deren Strahlengang man unpolarisiertes Licht hineinreflektiert. Dieses gesamte Licht fällt auf die Anordnung in Fig. 6.

Fall $E = 0$. Man verstärkt die Intensität des unpolarisierten Lichtes bei konstanter Spannung an der Kerrzelle. Die Interferenzstreifen bleiben in ihrer Lage erhalten, sie werden nur unschärfer. Der Kanalstrahl ohne elektrisches Feld zeigt dieselbe Erscheinung für verschiedenen Abklingweg. (Warum die benutzte Versuchsanordnung Streifenverlagerung gab, ist oben ausgeführt: Aufnahmen mit sehr verwaschenen Streifen eigneten sich nicht zur Reproduktion[2]). Verschiebt man bei künstlichem Kanalstrahl den Spalt S, so tritt eine Streifenverlagerung in gleicher Weise wie in der reproduzierten Aufnahme ein.)

Fall $E > 0$. Man verstärkt die Intensität des unpolarisierten Lichtes und ändert gleichzeitig die Spannung an der Kerrzelle. Die Interferenzstreifen werden verwaschener und verschieben sich entsprechend der verschiedenen Elliptizität des polarisierten Lichtes (nicht Drehung der Polarisationsebene). Der Kanalstrahl im elektrischen Feld zeigt dasselbe Verhalten, die Änderung des Polarisationsverhältnisses im Feld hat als Ursache Änderung der Elliptizität des Lichtvektors. Eine Erklärung der Erscheinung ist daher an das Verhalten eines anharmonischen Oszillators im elektrischen Feld anzuschließen[3]), nicht etwa an eine Präzessionsbewegung des Leuchtelektrons, was einer Drehung der Polarisationsebene entspräche.

1) Ann. d. Phys. **85**, 515, 1928.
2) Ann. d. Phys. **85**, 516, 1928, Abschn. c u. d.

1) Wäre die Anordnung so, daß Spalt S, Babinet B und Marke gleichzeitig parallel bewegt werden (etwa mit ein und demselben Schiebereiter), dann würde diese Reduktion wegfallen.
2) Die Reproduktionen in Tafel XV a. a. O. sind durch Kopieren des Originals auf Filmstreifen, Übereinanderlegen der Filmstreifen und Wiederkopieren durch sie hindurch hergestellt.
3) a. a. O., S. 524.

Weitere Klärung der von K. Hertel und mir gefundenen Schwankungen des Polarisationsverhältnisses längs des Abklingwegs können nur fortgesetzte Versuche mit möglichst verschiedenartigen Apparaturen bringen[1]).

Zu Abschn. 4. In Verfolg meiner Untersuchungen zur Lichtemission der Atome hatte ich meine erste Untersuchung[2]) zur Polarisation des Kanalstrahllichtes an abklingenden Kanalstrahlen von Wasserstoff, Helium und Lithium unternommen, um Vergleichswerte des Polarisationsverhältnisses für die Linien der einfachsten Elemente zu erhalten. Die Aufgabe konnte, wie sich später zeigte[3]), aus Beobachtung der Polarisation unmittelbar am Kanalende nicht gelöst werden. Daher habe ich andere Versuchsbedingungen gewählt, mit denen die Parallelität der Polarisation und Depolarisation des Kanalstrahllichtes mit entsprechenden Erscheinungen der Resonanzfluoreszenz aufgezeigt werden konnte. Bei meiner ersten Untersuchung ist die Apparatpolarisation[4]) entsprechend der wiedergegebenen Schwärzungskurve korrigiert, wobei natürlich die Schwärzungen in Intensitäten ausgewertet wurden. Für das grüne Gebiet standen mir andere Aufnahmen zur Verfügung.

Im einzelnen sind die Korrekturen wegen Apparatpolarisation in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Es gilt die Beziehung

$$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_w = \frac{\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_s}{\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_o}$$

w = wahre, s = scheinbare Polarisation, o = Apparatpolarisation.

λ	$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_w$	$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_o$	λ	$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_w$	$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_o$
4713	1,11	0,94	5016	1,16	0,88
5876	1 35	0,84	5048	1,12	0,88
	1,33			1,22	
4472	1,45	1,01	4922	1,20	0,88
	1,35		4388	1,25	1,0
4026	1,28	1,42			
	1,33				

1) Erweiterungen und Fortsetzungen meiner Untersuchung werden andernorts erscheinen.
2) Ann. d. Phys. **81**, 615, 1926.
3) Ann. d. Phys. **84**, 94, 1927.
4) a. a. O. S. 619.

Göttingen, 28. Mai 1928.

(Eingegangen 28. Mai 1928.)

Bemerkung zu der Mitteilung von A. Weißberger: Über Dipolmomente symmetrischer Verbindungen und Cis-Trans-Isomerie an „einfachen" Bindungen[1]).

Von R. Engeland.

(Aus dem Biochemischen Institut der Mittelasiatischen Staatsuniversität.)

Als wesentlicher Inhalt der Ausführungen Weißbergers erscheint mir die Erörterung der Frage, ob die sogen. Restvalenzen in Verbindung mit den Hauptvalenzen Veranlassung geben können zum Auftreten von Cis-Trans-Isomerie. Diese Frage ist aber bereits durch Untersuchungen N. Schlesingers in unzweideutiger Weise in positivem Sinne entschieden[2]). Er konnte nämlich den Nachweis bringen, daß gewisse Bis-α-Iminosäuren zwei verschiedene Kupfersalze bilden, die in Farbe, Löslichkeit usw. sehr voneinander abweichen. Die beiden Modifikationen ließen sich durch einfache Manipulationen ineinander wechselseitig überführen und konnten auf Grund analogen Verhaltens der niederen bzw. höheren Homologen der Cis- bzw. Trans-Reihe zugeordnet werden.

Die hier in Erscheinung tretenden Restvalenzen entbehren natürlich jedes hypothetischen Charakters, da sie durch die hinlänglich bekannte Affinität des positiv substituierten Ammoniaks zu dem Cu-Atom gegeben sind.

Auch die große Verschiedenheit im physikalischen Verhalten der *Cu*-Salze der racemischen und der optisch aktiven α-Aminosäuren ist jedenfalls unmittelbar durch Cis-Trans-Isomerie bedingt, welche natürlich ihrerseits verursacht wird durch die sterische Verschiedenheit. Der endgültige Beweis für die Richtigkeit dieser Erklärung scheint mir dadurch erbracht zu sein, daß es gelang, auch von dem ersten Glied der Reihe der α-Aminosäuren, der α-Aminoessigsäure, welche natürlich keine optischen Antipoden bilden kann, zwei verschiedene *Cu*-Salze herzustellen, deren eines in Farbe und durch den Mangel von Kristallwasser dem *Cu*-Salz des optisch aktiven höheren Homologen entspricht, während die andere, längst bekannte Modifikation in allen ihren Eigenschaften dem *Cu*-Salz der Racemform seines höheren Homologen analog ist. Merkwürdigerweise konnte die neue Modifikation dieses *Cu*-Salzes nur aus natürlichem Glykokoll hergestellt werden, d. h. solchem, welches durch Hydrolyse von Eiweißstoffen gewonnen war[3]).

1) Physik. Zeitschr. **29**, 272, 1928.
2) Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. Bd. **58**, S. 1877.
3) Erscheint demnächst (Biochem. Journ.).

(Eingegangen 12. Juni 1928.)

Experimentelles zur Dispersion der Leitfähigkeit.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von H. Sack.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit[1]) haben P. Debye und H. Falkenhagen gezeigt, daß bei starken Elektrolyten eine Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Frequenz des zur Messung benutzten Stromes zu erwarten ist. Die Theorie verlangt ein Anwachsen der Leitfähigkeit mit wachsender Frequenz und gibt, wenigstens für genügend verdünnte Lösungen, den Wert dieser Änderung. Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist es, eine Methode zu beschreiben, die es gestattet, Leitfähigkeiten bei genügend hohen Frequenzen mit einiger Genauigkeit zu messen und einige damit erhaltene, allerdings sehr vorläufige, Resultate zu geben. Meinem Wissen nach existieren noch keine brauchbaren Messungen auf diesem Gebiete. Ein Anzeichen für einen solchen Frequenzeffekt hat M. Wien[2]) gefunden. Ferner bemerken H. Hellmann und H. Zahn[3]), (Seite 207 ihrer Arbeit), daß ihre Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten gutleitender Flüssigkeiten auch zu solchen Messungen geeignet wäre, daß sie aber keine Änderung gefunden hätten. Aus dieser kleinen Notiz geht aber nicht hervor, wie genau sie solche Änderungen hätten feststellen können[4]).

Die hier verwandte Methode beruht auf folgender Überlegung: Haben wir einen Resonanzkreis, bestehend aus Selbstinduktion und Kapazität mit parallel geschaltetem Widerstande (also z. B. einen Kondensator mit leitender Flüssigkeit), so ist die Stromstärke im Falle der Resonanz von der Größe des Widerstandes abhängig. Ist $\frac{1}{\omega^2 C^2 W^2} \ll 1$, wobei ω die Kreisfrequenz, C die Kapazität, W der Widerstand (in unserer Anordnung war $\frac{1}{\omega^2 C^2 W^2} < \frac{1}{500}$), so entspricht einer prozentualen Verminderung des Widerstandes eine gleich große prozentuale des Stromes. Es ist also möglich, aus der Resonanz-Stromstärke auf den Widerstand zu schließen.

Die experimentelle Ausführung ist die folgende: Ein Holborn-Generator (6—60 m Wellenlänge, Intensität auf 1 ‰ konstant) induziert auf einen schwach gekoppelten, möglichst verlustfreien Resonanzkreis, bestehend aus Selbstinduktion und Drehkondensator. Parallel dem Kondensator kann eine Leitfähigkeitszelle geschaltet werden. Der Strom im Resonanzkreis wird in einem enggekoppelten aperiodischen Kreis mit Kristalldetektor und Spiegelgalvanometer gemessen. Vorläufig wurden nur verschiedene Lösungen miteinander verglichen; die Methode läßt aber auch einen Vergleich von Lösungen mit einem festen Widerstande zu. Zwei Zellen, beide mit verstellbaren Elektroden, werden mit den zu untersuchenden Lösungen gefüllt und in einer Wheatstoneschen Brücke auf Widerstandsgleichheit eingestellt. Nun wird zuerst die eine Zelle in den Resonanzkreis geschaltet und der Resonanzstrom gemessen, dann die andere und nun Drehkondensator und Elektrodenabstand der Zelle so geändert, daß der gleiche Resonanzstrom (und damit auch die gleiche Resonanzkurve) resultiert. Das bedeutet, daß nun sowohl Kapazität wie Widerstand genau gleich sind wie im Falle der ersten Zelle. Nun vergleicht man die Zellen wieder mit der Wheatstoneschen Brücke und kann so eine Änderung des Widerstandes genau messen. Diese Methode hat den Vorteil, daß man von Kapazitätsunterschieden zwischen den beiden Zellen und Verlegung des Resonanzpunktes infolge des Widerstandes (die Verlegung ist allerdings in unserem Falle sehr gering) ungestört ist. Prinzipiell kann man auf diese Art jede beliebig große Leitfähigkeit messen, indem man die Widerstandszelle immer kleiner macht, d. h. den Widerstand trotz der größeren Leitfähigkeit konstant läßt. Die Genauigkeit leidet darunter kaum. Der Widerstand wird am besten so gewählt, daß $\frac{1}{\omega^2 C^2 W^2}$ immer noch klein gegen 1, die Resonanzkurve aber schon einigermaßen flach ist, so daß sich der Resonanzstrom leicht sicher bestimmen läßt. Durch Füllen beider Zellen mit der gleichen Lösung und Vertauschen der verschiedenen Lösungen in den verschiedenen Zellen hat man eine gewisse Kontrolle der Methode. Auf die Ausführung im einzelnen und die auftretenden Schwierigkeiten soll erst in einer späteren Publikation eingegangen werden. Immerhin möchte ich hier die bis heute erhaltenen Resultate mitteilen.

Es wurden untersucht KCl, NaCl und $MgSO_4$ bei 18 m und 50 m Wellenlänge und verglichen mit dem Widerstand bei Hör-Frequenz (Wheatstonesche Brücke mit kleiner Hochfrequenzmaschine $v = 1200$ Hertz, Telephon und Kompensation der Kapazität). Das Wasser hatte eine Leitfähigkeit von etwa $3 \cdot 10^{-6}$. Die Zellen bestanden aus einer fest eingeschmolzenen und einer

1) P. Debye und H. Falkenhagen, Physik. Zeitschr. **29**, 401, 1928.

2) M. Wien, Ann. d. Phys. **83**, 840, 1927.

3) H. Hellmann und H. Zahn, Ann. d. Phys. **80**, 191, 1926.

4) Im Prinzip ist ihre Methode die gleiche wie die hier beschriebene. Nur glaube ich, daß unsere leichter genau auszuführen ist, während jene den Vorteil kürzerer Wellenlänge hat.

mit Mikrometerschraube verstellbaren Elektrode aus mit Platin-Mohr überzogenem Platin. Ein Thermostat konnte noch nicht verwendet werden; die Temperaturen der Lösungen wurden vor und nach jeder Messung bestimmt, und der Widerstand mittels der bekannten Temperaturkoeffizienten auf die mittlere Temperatur der Meßreihe reduziert.

I. $MgSO_4$ 0,0005 *n* gegen KCl 0,0004 *n* zeigt bei 18 m eine Erniedrigung des Widerstandes um 1 Proz. $\pm$ 0,5.

II. $MgSO_4$ 0,0005 *n* gegen KCl 0,0004 bei 50 m eine Erniedrigung um 0,8 Proz. $\pm$ 0,5.

III. KCl 0,0004 *n* gegen NaCl 0,0004 *n* zeigt innerhalb der Meßfelder keine Änderung.

Die großen Meßfehler kommen erstens von der Unsicherheit der Temperatur, zweitens von einer geringen Instabilität der Zellen, drittens von unkontrollierbaren äußeren Einflüssen auf den Resonanzkreis. Trotzdem darf man wohl von diesen Resultaten auf eine Erhöhung der Leitfähigkeit bei großen Frequenzen schließen. Die Größenordnung der gefundenen Änderung stimmt mit der theoretisch geforderten überein.

Mit der Verfeinerung der Apparatur, besonders mit dem Einbau in einen Thermostaten und der Erweiterung der Messungen auf eine größere Anzahl Salze, Konzentrationen und Wellenlängen ist bereits begonnen worden.

Herrn Prof. Debye möchte ich für die Anregung zu dieser Arbeit und sein stetes Interesse an ihrem Fortgange herzlichst danken.

Leipzig, Physik. Institut, 10. Aug. 1928.

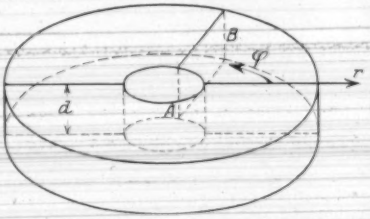
(Eingegangen 11. August 1928.)

Der Hall-Effekt in der Versuchsanordnung von Corbino[1]).

Von W. W. Sleator, z. Zt. in München.

Im Zusammenhang mit der neuen Arbeit von Sommerfeld (Zeitschr. f. Phys. **47**, 1, 1928) über die Elektronentheorie der Metalleitung dürfte es von Interesse sein, die Experimente von Corbino[2]) theoretisch zu untersuchen, in denen er eine radiale stromdurchflossene Scheibe der Wirkung eines zur Scheibe senkrechten magnetischen Feldes aussetzte. In solch einer Scheibe tritt eine Stromkomponente längs konzentrischer Kreise auf, deren Mittelpunkt in der Scheibenmitte liegt, d. h. in Richtung von Linien gleichen Potentials; den gesamten Strom kann man durch seine Induktionswirkung messen. Wir wollen uns die Frage stellen, ob bei dieser Anordnung ein anderer Wert für die Hallkonstante herauskommt als für die gewöhnliche Anordnung der rechteckigen Platte, einmal wenn wir die klassische und zweitens wenn wir die Fermische Statistik verwenden.

Adams (Phil. Mag. **27**, 224, 1914) integriert nach dem Vorgang von Corbino die Bewegungsgleichungen in Polarkoordinaten und verwendet wie Drude Mittelwerte der Elektronengeschwin-



digkeit. Er findet für den Strom, der durch einen beliebigen radialen Querschnitt der Scheibe (z. B. *A B*, siehe Fig.) hindurch geht:

$$I_r = -\frac{HeTI_r}{4\pi m}\log\frac{r_2}{r_1}, \qquad (1)$$

wo I_r die radiale Stromstärke ist. T ist gleich l/v, wo l die mittlere freie Weglänge und v eine mittlere Geschwindigkeit; T bedeutet also die mittlere „freie Zeit" zwischen zwei Zusammenstößen. e ist die Ladung und m die Masse eines Elektrons. Für den spezifischen Widerstand findet er den Drudeschen Wert

$$\varrho = \frac{2m}{e^2TN}, \qquad (2)$$

wo N die Zahl der Elektronen pro Volumeinheit vorstellt, die an der Leitung teilnehmen.

Gewöhnlich definiert man die Hallkonstante durch die Gleichung

$$\Phi_y = \frac{RHI_x}{d} \qquad (3)$$

Hier bedeuten Φ_y die Potentialdifferenz in der Querrichtung für eine rechteckige Platte, die in der Längsrichtung vom Strom I_x durchflossen wird, H das magnetische Feld, und d die Dicke der Platte. Wenn wir jetzt zur Hallspannung in der Scheibe übergehen, die wir als Integral längs eines Kreises vom Linienelement ds auffassen, so gilt:

$$\Phi_\varphi = -\int E_\varphi\, ds = -\int J_\varphi \varrho\, ds = -2\pi r J_\varphi \varrho\,. \qquad (4)$$

1) Durch ein Versehen der Druckerei wurde dieser Aufsatz ohne Verfasserkorrektur bereits in der vorhergehenden Nummer abgedruckt.

2) Physik. Zeitschr. **12**, 561, 1911. Im Anschluß an theoretische Betrachtungen von Boltzmann für die kreisförmige Platte hat bereits von Ettingshausen diesbezügliche Versuche gemacht. Vgl. Boltzmann, Ges. Werke III, Abh. 76 und 77.

Definieren wir jetzt die Hallkonstante im Corbino-Effekt, analog zur Gleichung (3), also durch

$$\Phi_\varphi = \frac{RHI_r}{d}, \tag{5}$$

so ergibt sich

$$J_\varphi = -\frac{RHI_r}{2\pi r \varrho d}$$

und der Gesamtstrom wird

$$\left.\begin{aligned} I_\varphi &= \int_{r_1}^{r_2} J_\varphi \, d\sigma \\ &= -\frac{RHI_r}{2\pi\varrho}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} \\ &= \frac{RHI_r}{2\pi\varrho}\log\frac{r_2}{r_1} \end{aligned}\right| \tag{6}$$

Wir vergleichen diesen Wert mit dem Adamsschen Resultat (1) für I_φ, setzen ϱ ein nach Gleichung (2) und erhalten

$$R = \frac{1}{eN}. \tag{7}$$

Das ist der Wert der Hallkonstante, den man gewöhnlich für die rechteckige Platte angibt.

Prof. Sommerfeld findet für den Fall der Fermischen Geschwindigkeitsverteilung denselben Wert $\frac{1}{eN}$, während die Maxwellsche Verteilung nach Gans (Ann. d. Phys. **20**, 293, 1906) den Wert $\frac{3\pi}{8}\frac{1}{eN}$ ergab. Die zwei letzten Resultate leitet man aus den Gleichungen (69) in Sommerfelds Arbeit ab; sie lauten

$$\left.\begin{aligned} J_x &= \frac{4\pi}{3}\frac{e^2m^2G}{h^3}(F_xK_2 + \mu F_yK_1) \\ J_y &= \frac{4\pi}{3}\frac{e^2m^2G}{h^3}(F_yK_2 - \mu F_xK_1). \end{aligned}\right| \tag{69}$$

Hierbei stellen F_x und F_y die elektrischen Feldstärken in der rechteckigen Platte dar; in μ kommt das magnetische Feld vor. K_1 und K_2 sind Integrale, welche die Geschwindigkeitsverteilung enthalten.

Eine direkte Transformation auf Polarkoordinaten r und φ in den Gleichungen (69) gibt unmittelbar die entsprechenden Beziehungen für den Corbino-Effekt, wenn man die Komponenten des Feldes nach r und φ mit F_r und F_φ bezeichnet und in den entstehenden Gleichungen F_φ gleich Null setzt. Wir haben, mit der Abkürzung $\beta = \frac{4\pi}{3}\frac{e^2m^2G}{h^3}$,

$$\begin{aligned} J_x &= J_r\cos\varphi - J_\varphi\sin\varphi \\ &= \beta\{(F_r\cos\varphi - F_\varphi\sin\varphi)K_2 \\ &\quad + \mu(F_r\sin\varphi + F_\varphi\cos\varphi)K_1'\} \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} J_y &= J_r\sin\varphi - J_\varphi\cos\varphi \\ &= \beta\{(F_r\sin\varphi + F_\varphi\cos\varphi)K_2 \\ &\quad - \mu(F_r\cos\varphi - F_\varphi\sin\varphi)K_1'\} \end{aligned} \tag{9}$$

oder, weil ja F_φ gleich Null sein soll:

$$J_x = \beta\{F_rK_2\cos\varphi + \mu F_rK_1'\sin\varphi\}, \tag{10}$$

$$J_y = \beta\{F_rK_2\sin\varphi - \mu F_rK_1'\cos\varphi\}. \tag{11}$$

Deshalb, durch Addieren oder Subtrahieren

$$J_r = \beta F_rK_2 \tag{12}$$

$$J_\varphi = -\beta F_r\mu K_1'. \tag{13}$$

Also:

$$\frac{J_\varphi}{J_r} = -\mu\frac{K_1'}{K_2}. \tag{14}$$

Definieren wir anderseits ein elektrisches Gegenfeld, dessen negatives Integral die Hallspannung geben soll, nämlich, für σ = Leitfähigkeit,

$$F_\varphi' = -\frac{J_\varphi}{\sigma}; \tag{15}$$

dann gilt

$$F_\varphi' = +J_r\frac{\mu}{\sigma}\frac{K_1'}{K_2}, \tag{16}$$

und das stimmt mit Gleichung (70) bei Sommerfeld überein. Die Gleichung, die für den Fall der Kreisscheibe zur Bestimmung der Hallkonstante führt, ist also genau dieselbe wie für die rechteckige Platte.

Ich möchte an dieser Stelle Herrn Prof. Sommerfeld und Herrn Dr. Bechert für Anleitung und Förderung beim Studium dieser Frage meinen besten Dank aussprechen.

(Eingegangen 6. Juli 1928.)

BESPRECHUNGEN.

Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik. III. Band. Physikalische, chemische und technische Thermodynamik (einschließlich Wärmeleitung) 1. Hälfte. Herausgegeben von A. Eucken. Gr. 8°. XXVIII u. 1185 S. Mit 575 Fig. 11. Auflage. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. A.-G. 1926. Geh. M. 63.—, geb. M. 68.—.

Ebenso wie die übrigen Bände der Neuauflage des Müller-Pouilletschen Lehrbuches der Physik

hat auch der Band über die Wärmelehre eine vollständige Neubearbeitung erfahren. Ein besonders glücklicher Griff war es dabei, die Behandlung der kinetischen Theorie der Wärme, welche der zweiten von Herzfeld verfaßten Bandhälfte zugewiesen wurde, von der Thermodynamik abzutrennen. Dabei verbleiben der hier zu besprechenden ersten Bandhälfte die Lehre von den Gleichgewichtszuständen und die phänomenologische Behandlung der irreversiblen Vorgänge. Gegenüber den Vorteilen, welche sich aus dieser Teilung in methodischer Hinsicht ergeben, fällt es nicht ins Gewicht, daß in der zweiten Bandhälfte einige thermodynamische Dinge wiederholt, und in der ersten Bandhälfte einige kinetische Vorstellungen angedeutet werden mußten, die in der zweiten Hälfte ihre Ausführung finden. Bei einem so umfangreichen Werke ist es nur von Vorteil, wenn die einzelnen Teile in sich möglichst abgeschlossen und verständlich sind.

Entsprechend der Tendenz des Müller-Pouilletschen Werkes, nicht nur die reine Physik, sondern auch die angewandte Physik zu behandeln, enthält die vorliegende Bandhälfte außer den rein physikalischen (bzw. physikalisch-chemischen) Abschnitten auch einige Kapitel über wärmetechnische Vorgänge, sowie einen Anhang über Physiologie der Wärme (von U. Ebbeke).

Die Einteilung des rein physikalischen Teils (an dem als Verfasser A. Eucken, A. Magnus und R. Suhrmann beteiligt sind) gliedert sich einmal nach dem Prinzip, die experimentellen Grundlagen und Methoden der theoretischen Behandlung voranzustellen; andererseits ist die Einteilung nach der Art der zu betrachtenden Systeme vorgenommen. Das Werk beginnt mit einem allgemeinen Teil, welcher in den zwei ersten Kapiteln die experimentellen Grundlagen und Methoden der Thermometrie und Kalorimetrie behandelt (Verfasser R. Suhrmann bzw. A. Eucken); die folgenden Kapitel sind den Grundgesetzen der Wärmelehre und ihrer historischen Entwicklung gewidmet (Verfasser A. Eucken). Hier verdient die vortreffliche Darstellung des zweiten Hauptsatzes, dessen Verständnis erfahrungsgemäß dem Anfänger besondere Schwierigkeiten bereitet, besondere Erwähnung. In diesem Abschnitt findet auch der Nernstsche Wärmesatz seine Behandlung. Dabei werden die Prämissen, aus denen er sich ohne Zuhilfenahme molekularer (quantentheoretischer) Theorien ableiten läßt, klar herausgearbeitet. Was die experimentelle Bestätigung dieses Satzes anbetrifft, wird der Standpunkt eingenommen, daß auf Grund des bis jetzt bekannten Materials das Auftreten von Abweichungen als nahezu erwiesen angesehen werden könne; dementsprechend wird dieser Satz nicht als gleichwertiger Hauptsatz den beiden klassischen Hauptsätzen der Thermodynamik an die Seite gestellt.

Dem allgemeinen Teil folgt ein spezieller Teil, eingeteilt in die beiden Hauptabschnitte: Systeme gleichförmiger Temperatur und Systeme ungleichförmiger Temperatur. Der erstere dieser Abschnitte gliedert sich in die Behandlung von Einkomponentensystemen (A = homogene, B = heterogene Einkomponentensysteme) und von Mehrkomponentensystemen (C = homogene, D = heterogene Mehrkomponentensysteme). Diese Einteilung entspringt also wesentlich systematischen Gesichtspunkten und hat den Vorteil einer logischen Gliederung des Stoffes. Allerdings bringt sie es mit sich, daß einige von anderen Standpunkten aus zusammengehörige Erscheinungsgebiete an verschiedenen Stellen behandelt werden mußten. So findet man z. B. die Besprechung der Grenzflächenerscheinungen einmal bei den Einkomponenten- und ein anderes Mal bei den Mehrkomponentensystemen. Entsprechendes gilt für die Behandlung der Geschwindigkeitsphänomene. Hier wäre auch eine Einteilung nach Abschnitten: Gleichgewichte ohne Rücksicht auf Oberflächenerscheinungen. Gleichgewichte mit Rücksicht auf Oberflächenerscheinungen; Geschwindigkeitsphänomene, und eine Unterteilung dieser Abschnitte nach den vorliegenden Systemen möglich gewesen. Eine solche Einteilung wäre vom systematischen Standpunkte aus noch befriedigender. Sie hätte aber andererseits auch Nachteile mit sich gebracht, so daß die getroffene Anordnung, welche die Systematik nicht so weit treibt, wohl doch den Vorzug verdient.

Aus diesem Teil möchte der Referent das Kapitel über die Grenzflächenerscheinungen bei Mehrkomponentensystemen (Oberflächenspannung von Lösungen, Adsorption) als in sachlicher Weise und in der Darstellung besonders gelungen hervorheben. Hingegen dürfte das Verständnis der Darstellung über Zustandsdiagramme — gegen die sachlich nichts eingewendet werden soll — einem Leser, der noch gar nichts von diesen Dingen weiß, stellenweise Schwierigkeiten bieten.

Der zweite Abschnitt des speziellen Teils (Systeme mit ungleichförmiger Temperatur) zerfällt in drei Unterabschnitte: A. Thermische und kalorische Vorgänge ohne Berücksichtigung einer äußeren Arbeitsleistung (Gleichgewicht und chemische Reaktionsgeschwindigkeit [A. Eucken); Wärmeleitung [M. Jakob]). B. Wärmetechnische Vorgänge mit Arbeitsabgabe (G. Zerkowitz) (Allgemeine thermodynamische Grundlagen der Wärmekraftmaschinen; Wärmekraftmaschinen mit äußerer Verbrennung; Wärmekraftmaschinen mit innerer Verbrennung). C. Wärmetechnische Vorgänge mit Arbeitsaufwand (Verdichtung von Gasen [Kompressoren]) (G. Zerkowitz); Wärmetransport unter Arbeitsaufwand; Zerlegung von Gasgemischen unter Arbeitsaufwand (F. Pollitzer).

Das Werk, das eine Mittelstellung zwischen einem Lehrbuch und einem Handbuch einnimmt, stellt alles in allem eine sehr gut gelungene moderne Darstellung der phänomenologischen Wärmelehre dar, die sich ganz besonders durch ihre Einheitlichkeit auszeichnet; für diese wird man wohl vor allem dem Herausgeber Dank wissen müssen. Dr. E. Hückel.

Jo Engl, Der tönende Film. (Sammlung Vieweg Heft 89.) 8°. 98 S. Mit 59 Figuren. I. Auflage. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. 1927. Geh. M. 6.50.

Wenn der tönende Film nach dem Tri-Ergon (drei Bearbeiter: Jo Engl, H. Vogt und J. Massolle) -Verfahren bisher keine größere Verbreitung in den Filmtheatern gefunden hat, so liegt der Grund wohl hauptsächlich in pekuniären Verhältnissen.

Denn jeder, der einer Probevorführung beigewohnt hat, wird zugeben, daß das Verfahren bereits einen hohen Grad von Vollkommenheit erreicht hat und in vielen Fällen zweifellos eine wesentliche Belebung des Films bieten kann.

Es ist nun sehr erfreulich, daß sich der Verf. bereitgefunden hat, eine zusammenfassende Darstellung der allmählichen Entwicklung des Verfahrens zu geben.

Gerade den Umstand finde ich so bestechend an dem vorliegenden Buche, daß man erkennt, wie eigentlich alle physikalischen Grundlagen fertig vorlagen, welch außergewöhnlicher Arbeit es aber be-

durfte um diese Grundlagen so durchzuarbeiten, daß sie ein brauchbares Resultat lieferten. Sehr leicht kann man sich beispielsweise vorstellen, wie mit Hilfe eines Mikrophons bzw. Kathodophons die Sprachfrequenzen in elektrische Spannungsfrequenzen umgesetzt werden und diese einen Glimmlichtoszillographen steuern, dessen Lichtschwankungen veränderliche Schwärzungen auf dem Filmband hervorrufen.

Welche Schwierigkeiten aber überwunden werden mußten, bis die Intensität der Schwärzung der Schallintensität entsprach, darüber kann man sich nicht so ohne weiteres eine richtige Vorstellung machen.

Und gerade von derartigen Schwierigkeiten und ihrer Überwindung gibt uns das Buch eine ausführliche Darstellung. Außer den Entladungscharakteristiken des Kathodophons und denjenigen von Glimmentladungsröhren finden wir daher auch Kurven für die Abhängigkeit zwischen Positivschwärzung und Glimmlampenstrom und eine eingehende Behandlung des Schwärzungsgesetzes von Schwarzschildt mit Anwendung auf den vorliegenden Fall.

Ein Verzeichnis der wichtigsten Kapitel möge dem Leser einen Überblick über den Inhalt geben: Das Mikrophon, die Verstärkungseinrichtung, die Glimmlampe, die optische Anordnung, der Entwicklungs- und Kopierprozeß, die Wiedergabe bis zum Lautsprecher, die Lautsprecher und die Schallwiedergabe. Recht interessant ist auch das Kapitel über die verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten der Erfindung.

Die Darstellung ist klar und spannend, das beigegebene Bildmaterial gut gewählt. Das Buch scheint mir für Fachkundige und Fernerstehende gleich interessant. J. Herweg

C. F. Gauß' Werke. Band XI, 1. Abteilung: Nachträge zur Physik, Chronologie, und Astronomie. Herausg. von der Ges. d. Wissenschaften zu Göttingen. 4^0. 518 S. In Komm. bei J. Springer, Berlin. 1927.

Der vorliegende Band XI, 1 der Gaußschen Werke bringt die Nachträge zum V., VI. und VII. Bande. In seinem physikalischen Teil, den Prof. Clemens Schäfer (Breslau) bearbeitet und kommentiert hat, sind aus den amtlichen Berichten, dem Nachlaß und den Briefwechseln unter den Überschriften: Mechanik, Maß und Messen — Magnetismus und Galvanismus — Dioptrik — Vermischtes zur Physik — Gauß' Aufzeichnungen und Zusammenfassungen mehr vorläufigen Charakters, sowie Aperçus und einzelne Bemerkungen vereinigt, die im Gegensatz zu den großen Abhandlungen und Aufsätzen, deren vollkommene Form und streng sachlicher Inhalt so wenig von dem Entwicklungsgange Gaußischer Ideen verrät, dem aufmerksamen Leser einen erwünschten Einblick in die Werkstatt Gaußischen Denkens und Arbeitens gewähren.

Der „Bericht über die Art, wie die Hannoverschen Normalpfunde dargestellt sind", zeigt den minutiös sorgfältigen Experimentator, dem zwei Platinstücke nicht „einerlei", sondern nur mehr „gleichnamiges Metall" bedeuten, und dem die Aufgabe zum Ausgangspunkt für wesentliche Verbesserungen der Wägemethoden wird.

Auf S. 16 und 18 begegnet man einer außerordentlich umfassenden Formulierung des d'Alembertschen Prinzips, dem (§. 22) sich Bemerkungen über das Prinzip des kleinsten Zwanges anschließen, samt einem Hinweis auf dessen Zusammenhang mit dem Satz von den Fehlerquadraten.

Es folgen Erläuterungen zum Foucaultschen Pendelversuch und Angaben über seine Versuche, eine einwandfreie Aufhängung für das Pendel zu finden u. a.

In der Begründung für „das Bedürfnis eines besonderen Lokals für magnetische Beobachtungen" liest man den für Gauß' Einstellung und Wünsche so überaus charakteristischen Satz, „daß die Scheidewand zwischen eigentlich sogenannter Physik und angewandter Mathematik zu sinken und die tiefer eingreifende Bearbeitung dem Mathematiker anheimzufallen anfängt". — Es folgen dann Ausführungen über zahlreiche magnetische Beobachtungsmethoden und über die Aufgaben des magnetischen Vereins, bis schließlich „die theoretischen Eroberungen im Gebiet des Elektromagnetismus" (Erdinduktor, Telegraph) ihm neue „Satisfaktion geben".

In der Dioptrik nehmen eingehende Linsenberechnungen einen größeren Raum ein, sowie Urteile über Plößls dialytisches Fernrohr.

Im Schlußkapitel ist es höchst überraschend zu erfahren, daß Gauß Versuche über das Leitvermögen pulverisierter Kohle zwischen zwei Metallplatten angestellt hat. Der fragmentarische Aufsatz aus dem Nachlaß über die „Zurückführung und Wechselwirkungen zwischen galvanischen Strömen und Magneten auf absolute Maße" enthält im ersten Abschnitt die Theorie der Tangentenbussole.

Die mit großer Akribie behandelten Texte — deren Auswahl von sicherem Takt und souveräner Beherrschung des gesamten Materials zeugt — verbinden sich mit den eindringenden Kommentaren zu einem organischen Ganzen, das die zusammenhängende Lektüre zu einem feinen Genuß macht und von dem, vom Herausgeber für den zweiten Teil des Bandes versprochenen Essay über Gauß als Physiker Abschließendes erwarten läßt.

Die Abteilung „Chronologie", herausgegeben von Prof. Löwy (Freiburg), enthält im wesentlichen Ostertermin-Berechnungen aus Gauß' Frühzeit.

Der dritte Teil, „Astronomie" (herausgeg. von Prof. Brendel (Frankfurt a. M.) bringt Bahnbestimmungsmethoden, Planeten- und Fixsternbeobachtungen, Beiträge zur Theorie der astronomischen Instrumente und Apexberechnungen. Paul Hahn.

K. Gaß, Methodik des Physikunterrichts an höheren Lehranstalten. (Handbuch des Unterrichts an höheren Schulen, hrsg. v. Roller-Weinstock-Zühlke, Band 9.) Gr. 8^0. 214 S. Frankfurt (Main), M. Diesterweg. 1928. Geb. M. 6.20.

Der Physikunterricht an höheren Schulen hat dank der Kleinschen „Reformbewegung" in den letzten Jahrzehnten einen bemerkenswerten Aufschwung genommen, während die neue preußische Schulreform von vielen Seiten als ein Rückschlag in dieser Entwicklung bezeichnet wird, da sie das den naturwissenschaftlichen Fächern zugebilligte Stundenmaß stark beschnitten hat. Daher ist das vorliegende Buch besonders begrüßenswert, weil es als Auseinandersetzung mit der neuen Lehrordnung geschrieben ist und auf Grund eingehender Erfahrungen zeigt, daß für verständnisvolle und arbeitsfreudige Lehrer aus den neuen Bestimmungen außerordentlich viel herauszuholen ist. Ausführliche Behandlung finden: Freie Arbeitsgemeinschaften, Jahresarbeiten, Reifeprüfung, „abgerundete Teilgebiete", „Querverbindungen" zu andern Fächern. Doch sind auch Fragen die nicht unmittelbar mit der preußischen Schulreform zusammenhängen, wie Lehrerausbildung und -weiterbildung, Sammlungsverwaltung, Schülerübungen u. a. besprochen.

Sehr sympathisch berührt das Hauptbekenntnis des Verfassers, daß nämlich Physik sachlich und

gründlich als Physik zu betreiben ist, nicht als angewandte Mathematik — wie sich nach der „Reformbewegung" von selbst versteht — noch aber auch als Lehre von der Technik oder als mißverstandene „Kulturgeschichte" oder sonst etwas. Besonders interessiert die Stellung zur Technik: im Unterricht wird sie als hervorragend geeignet erachtet als Ausgangspunkt physikalischer Probleme, bei vielen Gelegenheiten können Aufgaben, Methoden und Leistungen der Technik ins rechte Licht gesetzt werden, aber technische Einzelheiten wandeln sich, physikalische Gedanken haben längeren Bestand und müssen darum den Unterricht bestimmen. Im Sinn der Reformbewegung wird die besondere Bedeutung des Experiments unterstrichen, gleichzeitig aber scharf betont, daß es sich dabei weder um gedankenloses Vorführen blendender Schauversuche noch um einen geistlosen Meßdrill handeln darf, sondern daß alles in den Dienst der Förderung physikalischen Denkens zu stellen ist. Auch die philosophische Aufgabe des Physikunterrichtes wird umrissen. Methodisch beachtlich ist die Auffassung, daß der historische Weg physikalischen Erkennens — der ja sehr häufig als der didaktisch einzig richtige bezeichnet wird — gar oft sich mit Vorteil durch eine einfachere Gedankenreihe ersetzen läßt. (Merkwürdig erscheint es allerdings in diesem Zusammenhange, daß der Verfasser sich trotz Mie und Pohl nicht entschließen kann, die absoluten elektrischen Einheiten völlig über Bord zu werfen oder doch nur historisch zu würdigen.)

Das Buch verrät außer einer tiefen Liebe zum Gegenstand ein hervorragendes Verständnis für die Psychologie der Jugend sowohl als für die Forderungen unserer Zeit. Darum wird jeder, dem die Zukunft unseres Volkes und unserer Wissenschaft am Herzen liegt, sich mit Wärme dem Leitgedanken des Verfassers anschließen, daß es nämlich die vornehmste Aufgabe des Lehrers sei, die Eigenkräfte des Schülers zu entbinden und zu entwickeln, und darum sei das Buch all denen, die in der Physik an dieser Aufgabe mitarbeiten, nachdrücklich empfohlen.

E. Nies.

Tagesereignisse.

Strömungsmesser-Ausschuß beim Verein deutscher Ingenieure. Um die Genauigkeit bei der Messung von Durchflußmengen flüssiger, dampf- oder gasförmiger Stoffe mehr als bisher den steigenden Anforderungen des technischen Betriebes anzupassen und für eine Vergleichbarkeit der Meßwerte die bestgeeigneten Unterlagen zu schaffen, ist in diesem Monat beim Verein deutscher Ingenieure ein Strömungsmesser-Ausschuß (Geschäftstelle: Berlin NW 7, Ingenieurhaus) eingesetzt worden. Dieser umgrenzte in seiner Grundstücksitzung in München sein Arbeitsgebiet auf die Messung strömender Medien (Gase, Dämpfe und tropfbare Flüssigkeiten) mit Stauscheiben, Düsen und Schwimmermessern. Als letztes erreichbares Ziel wird die Schaffung einer für alle Medien gleich verwendbaren Mündungsform angestrebt. Zu diesem Zweck ist zunächst die einheitliche Festlegung der Begriffsbestimmung, die Aufstellung der grundlegenden Gleichungen, sowie die Sammlung und der Ausbau des Versuchsmaterials vorgesehen. Eine Anregung, Strömungsmesser als eichfähige Instrumente im öffentlichen Gebrauch zuzulassen, wurde bereits seitens des Strömungsmesser-Ausschusses an die Physikalisch-Technische Reichsanstalt weitergegeben.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Köln Dr. H. Lassen für technische Physik, an der Universität Jena Dr. Karl Wagner (bisher in München) für Chemie.

Ernannt: Der Professor Dr. Gerald Wendt zum Hilfspräsidenten und Professor für Physik und Chemie am Pennsylvania State College, der Assistant-Professor für Chemie an der Universität Manitoba Is. John W. Shipley zum Präsidenten des Canadian Institut of Chemistry.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor der physikalischen Chemie an der Universität Würzburg Dr. Hans Grimm (unter Ernennung zum Honorarprofessor daselbst, zwecks Eintritt in das Forschungslaboratorium Oppau der I. G. Farbenindustrie in Ludwigshafen a. Rhein), der ord. Professor der Physik an der Universität Würzburg Dr. Ernst Wagner.

In den Ruhestand: Der a. o. Professor der Astronomie an der Universität Leipzig Dr. Friedrich Hayn.

Berichtigung zu Seite 320: Professor Robert A. Millikan bleibt weiter Director of the Norman Bridge Laboratory of Physics of the California Institute of Technology in Pasadena. (Die Notiz Dr. Milliken betrifft einen neuen Forscher.)

Angebote.

Zur Unterstützung der Leitung unserer Glühlampenfabrik suchen wir einen erfahrenen Physiker der in ähnlichen Stellungen erfolgreich tätig war. Bewerbungen mit Lebenslauf, Zeugnisabschriften und Ansprüchen zu richten unter Kennzeichen „L" an das Personalbüro der BERGMANN-ELEKTRIZITÄTS-WERKE A.-G. / BERLIN N 65

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.